

武器装备预防性维修 理论与方法

邵延君 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

武器装备预防性维修是部队对武器装备管理的重要组成部分。本书共 6 章, 分别对武器装备预防性维修的故障率预测、故障预测、故障间隔期预测、武器装备的备件管理、武器装备的维修参数的确定及资源优化进行系统的介绍。每章都有例题, 以帮助读者分析和求解相应的维修问题, 章尾给出了小结, 简要说明本章的重点内容。

本书可供武器装备试验人员和军队各级机关、院校及科研单位人员阅读, 还可作为军事装备学相关专业的教材。

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有, 侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

武器装备预防性维修理论与方法/邵延君著. —北京: 电子工业出版社, 2015.4
ISBN 978-7-121-25969-2

I. ①武… II. ①邵… III. ①武器装备—维修 IV. ①E92

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 088976 号

策划编辑: 李 洁

责任编辑: 万子芬

特约编辑: 徐 宏

印 刷:

装 订:

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 720×1000 1/16 印张: 10.25 字数: 213 千字

版 次: 2015 年 4 月第 1 版

印 次: 2015 年 4 月第 1 次印刷

定 价: 65.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

由于现代武器装备系统日趋复杂，使其表现出的故障规律也极其复杂，对装备保障的要求也越来越高，因此，进行装备的预防性维修已经成为部队保障战斗力的一个重要课题，制订精确合理的维修计划，掌握维修的主动权，对充分发挥装备的使用效能、提高战备完好率等方面具有重大意义。

本人在总结国内外武器装备预防性维修研究与发展现状的基础上，结合我军装备预防性维修和管理的实际情况，撰写了《武器装备预防性维修理论与方法》一书，对武器装备的故障率预测、故障预测、故障间隔期预测、武器装备维修的备件管理和装备维修参数的确定及资源优化进行系统的介绍，希望能对部队的维修和管理工作有所帮助。

在本书的写作过程中，得到了侯世旺、刘永姜、李梦群、王建青等教授的大力支持，特此致谢。

由于作者水平有限，错漏之处难免，希望读者指正。

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 设备维修的定义	(1)
1.2 维修的分类	(2)
1.3 设备维修方式	(4)
1.4 维修技术的发展概述	(6)
1.5 研究维修技术的意义	(9)
1.6 维修技术的发展趋势	(12)
1.7 国内外武器装备预防性维修的研究与发展现状	(13)
第 2 章 武器装备预防性维修的故障率预测	(16)
2.1 可靠度函数与不可靠度函数	(16)
2.2 故障率函数	(17)
2.3 常见的故障分布及其故障率函数	(19)
2.4 故障率曲线的类型	(23)
2.5 基于威布尔分布模型的故障率预测	(25)
2.5.1 威布尔分布的优点	(26)
2.5.2 一元二参数威布尔分布	(26)
2.5.3 威布尔分布的参数估计方法	(27)
2.5.4 实例应用	(28)
2.6 灰色理论	(29)
2.6.1 灰色系统	(29)
2.6.2 灰色 GM(1, 1)模型	(31)
2.6.3 离散 GM(1, 1)模型故障率预测	(34)
2.6.4 实例应用	(35)
2.7 灰色线性回归组合模型的故障率预测	(37)
2.7.1 灰色线性回归组合模型	(38)
2.7.2 实例应用	(40)
2.8 本章小结	(43)

第 3 章	武器装备预防性维修间隔期的确定	(44)
3.1	典型的预防性维修策略	(44)
3.1.1	生产设备定龄维修策略	(46)
3.1.2	生产设备周期维修策略	(46)
3.1.3	设备综合维修策略	(48)
3.2	典型的预防性维修间隔期的确定方法	(48)
3.2.1	以可用度最大为目标确定维修间隔期	(48)
3.2.2	以平均费用最低为目标确定维修间隔期	(50)
3.3	灰色马尔可夫模型的装备故障间隔期预测	(54)
3.3.1	在 GM(1, 1) 模型基础上建立灰色-马尔可夫模型	(54)
3.3.2	实例应用	(55)
3.4	本章小结	(59)
第 4 章	武器装备的故障预测	(60)
4.1	预测的概念和分类	(60)
4.2	故障预测原理	(61)
4.3	故障的主要原因分析	(62)
4.4	故障预测的模型和方法	(63)
4.4.1	统计模型预测方法	(63)
4.4.2	数学预测方法	(64)
4.4.3	智能预测法	(64)
4.5	回归模型的故障预测	(66)
4.5.1	多元回归预测计算模型	(66)
4.5.2	非线性回归分析模型	(68)
4.6	模糊理论的故障预测	(68)
4.6.1	故障模糊判别矩阵	(69)
4.6.2	模糊评判的装备故障预测模型	(72)
4.6.3	实例分析	(77)
4.7	BP 神经网络的故障预测	(78)
4.7.1	神经网络的结构	(78)
4.7.2	BP 网络的结构	(79)
4.7.3	BP 神经网络学习算法	(80)
4.7.4	实例分析	(82)

4.8	基于灰色模型的故障预测	(83)
4.8.1	灰色 GM(1, 1)模型的装备故障预测	(84)
4.8.2	有效度原理的灰色线性回归模型的装备故障预测	(85)
4.8.3	灰色新陈代谢模型的装备故障预测	(89)
4.9	本章小结	(90)
第 5 章	武器装备预防性维修备件的管理	(91)
5.1	基于层次分析法维修备件的分类	(92)
5.1.1	层次分析法简介	(92)
5.1.2	层次分析法的基本步骤	(93)
5.1.3	实例分析	(97)
5.2	基于重要度原理维修备件储备定额的确定	(101)
5.2.1	确定最佳储备定额的步骤	(101)
5.2.2	实例分析	(103)
5.3	基于 GERT 模型维修备件订货间隔期的预测	(104)
5.3.1	常用的订货间隔期的确定方法	(104)
5.3.2	GERT 随机网络的基本理论	(107)
5.3.3	GERT 网络模型的订货间隔期的实例分析	(114)
5.4	基于灰色马尔可夫模型的维修备件需求预测	(117)
5.4.1	常用的备件需求预测方法	(117)
5.4.2	建立灰色马尔可夫组合模型	(120)
5.4.3	实例分析	(121)
5.5	本章小结	(124)
第 6 章	基于排队论的装备维修参数的确定及资源优化	(125)
6.1	排队论概述	(125)
6.2	排队系统的描述	(126)
6.3	排队论基本理论	(128)
6.3.1	泊松过程和负指数分布	(128)
6.3.2	生灭过程	(129)
6.4	维修系统中排队模型的符号及基本数量指标	(130)
6.5	排队维修系统的 GERT 网络模型	(131)
6.5.1	系统内装备全部故障期望时间的确定	(131)
6.5.2	各状态停留时间和稳态概率的确定	(134)

6.5.3	系统中某状态重复执行次数的确定	(139)
6.5.4	基于条件矩母函数的系统全部故障的概率及时间的确定	(142)
6.5.5	系统不经过某个状态而回到初始状态的期望时间的确定	(144)
6.5.6	系统首达某状态的期望时间的确定	(146)
6.6	排队维修系统资源优化	(147)
6.6.1	常用的最佳服务率和最优服务台的确定方法	(147)
6.6.2	装备维修组数量优化模型	(150)
6.7	本章小结	(152)
第 7 章	本书总结	(153)
参考文献	(155)

第1章 绪 论



20 世纪 60 年代以来,随着武器装备和民用设备现代化程度的提高,维修已成为装备使用过程中必不可少的新兴领域,维修概念和维修理论也在迅速变化。本章将从维修的基本概念、维修的意义以及维修技术发展趋势等几个方面进行介绍。

1.1 设备维修的定义

Kereecioglu 将维修定义为使无效单元维持在可靠且安全满意的运动状态。英国 BC3811 中将维修定义为运用全部技术和行政行动组合,也包括督导,试图维持或恢复一个项目,而可以发挥其需求之功能的状态。日本 JISZ8115 对维修的定义则为运用全部必需的处置与技能,去维持一个项目在可用及运转的条件,或者去除故障、失效,使之恢复。我国国家标准《可靠性、维修性术语 GB/T3187-84》中给出的维修定义是:“为保持或恢复产品处于能执行规定功能的状态所进行的所有技术和管理,包括监督的活动,还可能包括对产品的修改。”这个定义包括了产品或者设备在使用过程中发生故障时,必须恢复其完成规定功能的能力,而且还包括了产品发生故障之前预防故障的发生,确保其完成规定功能的能力。因此,设备维修活动贯穿于设备使用的全过程,包括技术性活动和管理性活动。

维修是维护、检查和修理的总称。维护是为使设备保持规定状态所采取的措施,如润滑、检查、矫正、清洁等;检查是确定和评估设备实际状态的措施,用于查明和确定设备的磨损并做出评估,即对设备实际状态和额定状态的差别进行评估;修理是指设备发生故障后,使其恢复至规定状态所进行的全部活动,如故障分析、监测、拆卸、更换、调整、检测等。

1.2 维修的分类

1. 按维修的时间和目的分类

根据不同的角度和标准，维修有不同的分类，按照维修的时间和目的，可分为事后维修、以可靠性为中心的维修、改进性维修和预防性维修。

1) 事后维修

事后维修又称故障维修，它不控制维修时期，而是当设备发生故障或损坏造成停机时，或在点检或日常定期检查时发现潜在故障所进行的维修，以消除故障，修复设备原来的功能为目的。最常见的一种事后维修方式为修复性维修（Corrective Maintenance, CM），修复性维修包括：故障检测、故障定位、分解、更换、调校、检验及修复损坏件等。事后维修必须充分准备人力、设备、工具、备件等各种维修资源，以便有效地解决故障。事后维修易造成生产时间的浪费、生产计划的打乱，同时维修内容、时间和安排都具有较大的随机性。

2) 以可靠性为中心的维修

以可靠性为中心的维修（Reliability-Centered Maintenance）是近二十年来从众多的维修理论中脱颖而出并逐步被广泛接受的一种全新的维修方法。以可靠性为中心的维修（RCM）是目前国际上通用的用于确定设（装）备预防性维修需求、优化维修制度的一种系统工程方法。根据国家军用标准 GJB1378—92《装备预防性维修大纲的制定要求与方法》，RCM 定义为：“按照以最少的资源消耗保持装备固有可靠性和安全性的原则，应用逻辑决断的方法确定装备预防性维修要求的过程或方法”。它的基本思路是：对系统进行功能与故障分析，明确系统内各故障后果；用规范化的逻辑决断程序，确定各故障后果的预防性对策；通过现场故障数据统计、专家评估、量化建模等手段，在保证安全性和完好性的前提下，以最小的维修停机损失和最小的维修资源消耗为目标，优化系统的维修策略。

3) 改进性维修

改进性维修（Improvement Maintenance, IM）是利用设备进行维修的时刻，对设备进行局部结构改进或系统改装，消除设备先天设计或制造存在的缺陷，以及进行日

常维护、检查、修理等改良性维护,以提高设备的固有可靠性、维修性和安全性水平。改进性维修结合维修工作进行的技术或功能上的改进和改装,其实质是设备设计的修改,应属于设计、制造部门的工作范畴。不过,由于维修部门的职责是保持、恢复设备的良好状态,也最了解设备使用和维修中的问题所在,因此在设备固有可靠性、维修性和安全性水平不足时,提出改进性维修是为进行有效预防维修工作而采取的一种补充手段。

4) 预防性维修

预防性维修是以预防故障为目的,通过对设备的检查、检测,发现故障征兆,以消除潜在故障或为防止故障发生,使其保持在规定的功能状态所进行的各种维修活动。预防性维修包括清洁、润滑、调整、检查、更换和定时拆修等活动,通过采取这些有效活动,使故障处于萌芽状态时就被控制和处理了,避免突发故障。预防性维护是防止设备故障发生的有效手段,其已经成为现代制造企业所普遍采用的一种维护方式。

2. 按维修后系统的运行状态分类

根据系统维修后恢复到的运行状态,将维修分为五类:不完全维修、完全维修、最小维修、较差维修和最差维修。

(1) 完全维修:把部件经过维修以后恢复到全新的状态的维修称为完全维修。经过完全维修后的部件故障率和可靠度都和新的一样,即修复如新。也就相当于一个全新部件首次投入使用。

(2) 最小维修:使系统的故障率恢复到它失效前一时刻状态的维修被称为最小维修,即修复如旧。最早提出最小维修概念的是 Balow 和 Proshan 两位学者。经过最小维修后,整个系统的故障率并没有发生变化。

(3) 不完全维修:是指经过维修活动以后,系统的状态没有变成全新,而是使系统的状态比故障那一刻的状态要年轻的维修,经过不完全维修以后的系统,其状态处于完全如旧和完全如新之间的某个状态,系统的故障率的恢复程度也是介于完全维修

和最小维修之间的维修活动。不完全维修包含了最小维修和完全维修这两种极端情况。如对发动机进行适当调试就是一种不完全维修，因为调试后的发动机并不会恢复到全新的状态，而是状态有很大的改进。

对于现在大量复杂昂贵的具有逐渐衰退特征的设备，其维修方式通常为不完全维修，设备维修后，其状态会介于完全维修和最小维修后的较新状态。原因在于最小维修仅使设备故障率恢复至故障前的状态，并不改变设备的失效率和可靠性，随着设备使用年龄的增加，故障次数逐渐增多，采用最小维修并不经济合理。而完全维修多为更换维修，设备的购置费用巨大，同时设备使用年龄较短时进行更换，其成本效益较低。而不完全维修不仅使故障产品恢复运行状态，还能改善产品状况，有效降低产品发生故障的强度。不完全维修的实质是，在保持产品正常运行的基础上，对产品进行预防性维护，提高其使用可靠性，即在最小维修（使产品恢复正常运行）的基础上增加对产品相关部件或子系统的维护措施。经过不完全维修后的产品可靠性比最小维修高，但比完全维修差。

最小维修和完全维修这两种维修和维修的实际情况有很大的出入，所以，近年来对不完全维修的研究越来越多，因为这种提法使设备维修以后的状态更接近于维修的实际情况。

（4）较差维修：使系统的故障率和实际年龄都有所增加的维修被称为较差维修，经过较差维修的系统还不至于瘫痪，但经过较差维修以后的系统，其运行状态会比故障那一刻还要糟糕。

（5）最差维修：使系统瘫痪或者失效的维修活动称为最差维修。最差维修的原因可能是在维修活动中找错了维修部件或者对故障部件进行维修时损伤到其他部件等情况。

1.3 设备维修方式

维修方式是对装备及其机件维修工作内容及其时机的控制形式。一般说来，维修工作需要着重掌握的是拆卸维修和深度广度比较大的修理，因为它所需要的人

力、物力和时间比较多，对装备的使用影响比较大。因此，实际使用中，维修方式是指控制拆卸、更换和大型修理时机的形式。

1. 定时方式

定时方式是按规定的时间不问技术状况如何而进行拆卸工作的方式。此处的“规定的时间”可以是规定的间隔期、累计工作时间、日历时间、里程和次数等。拆卸工作的范围涵盖了从将装备分解后清洗直到装备全面翻修，对于不同的装备，拆卸工作的技术难度、资源要求和工作量的差别都较大。拆卸工作的好处是，可以预防那些不拆开就很难发现和预防的故障，从而预防这些事故产生的后果。工作的结果可以是装备或机件的继续使用或重新加工后使用，也可以是报废或更换。

定时方式以时间为标准，维修时机的掌握比较明确，便于安排计划，但针对性差，维修工作量大，经济性差。

2. 视情方式

视情方式是当装备或其机件有功能故障征兆时即进行拆卸维修的方式。同样，工作的结果可以是装备或机件的继续使用或重新加工后使用，也可以是报废或更换。

视情维修是基于这样一种事实进行的，即大量的故障不是瞬时发生的，故障从开始发生到发展成为最后的故障状态，总有一段出现异常现象的时间，而且有征兆可查询。因此，如果采用性能监控或无损检测等技术能找到跟踪故障迹象过程的办法，则就能采取措施预防故障发生或避免故障后果。所以也把这种维修方式称为预知维修或预兆维修方式。

视情方式能够有效地预防故障，较充分地利用机件的工作寿命，减少维修工作量，提高装备的使用效益。

3. 状态监控方式

状态监控方式是在装备或其机件发生故障或出现功能失常现象以后进行拆卸维修的方式，也称为事后方式。

其中，定时方式和视情方式属于预防性维修，而状态监控方式则属于修复性维修。

1.4 维修技术的发展概述

维修是一门古老的学问，它伴随劳动工具的出现而诞生。但长久以来，它只作为手艺后来发展为艺术的形式存在。随着机械设备自动化程度的提高，企业中生产速度越来越快，设备的更新速度也加快了，从而使由于设备故障导致生产中断、设备寿命减少等所造成的损失也更严重了，因此设备故障以及维修理论的研究也得到了重视与发展。维修策略的历史发展可以概括如下：

1. 随坏随修的维修思想

这个阶段是指第二次世界大战以前的时期，在这一阶段基本上采用的是事后维修策略。当时人们对故障机理认识尚不深，只能在设备故障发生后再进行修理。这种维修方式有不少缺点，主要是停机时间长，停机造成的生产损失大，尤其是在设备可靠性对生产的影响较大时，负面影响更为显著。但这种维修方式修理费用较低，对维修管理的要求也不高。这是因为它不需要为各种预防性措施付出代价，只是修复设备损坏了的部分。这一种维修方式比较落后，尤其是对流程工业或制造业的流水线上的设备，故障后造成损失过大，因而不宜采用，但目前还有一些企业仍以这种维修方式为主。也有一些企业对它的一些非主要的生产设备或利用率不高的设备采用该方法进行维修。这样，可以节约维修费用，缩小维修组织。

这一时期维修技术的特点是：工具简陋，故障诊断和维修规划完全依赖于维修人员的经验。设备坏了才修，不坏不修。

2. 预防维修阶段

随着研究的进一步深入，维修思想继续发展到了一个新的阶段——预防维修制，其修理间隔的确定主要依据经验和统计资料，以保证机群的完好率处于一定水平，这个阶段是指二次世界大战后到 20 世纪 60 年代时期。随着生产技术和规模的大幅度提高，设备停产所产生的损失加大。在这一时期由于可靠性理论的产生和应用，人们能够通过事先对材料寿命的分析、估计以及对设备材料性能的部分检测来完成诊断任务。可靠性理论的发展使得维修策略迅速转变为预防维修，形成了直至现在都还被广泛采用的预防维修。

国际上有两大体系共存，一个是以苏联为首的定期计划维修，另一个是以美国为首的预防维修。这两大体制本质相同，都是以摩擦学理论和可靠性理论为基础，但在形式和做法上有所不同，效果上也有差异。定期计划维修是预防性维修的一种，旨在通过计划对设备进行周期性的维修。其中包括按照不同设备和不同使用周期安排的大修、中修和小修。一般情况下，设备出厂后，其维修周期基本上就确定下来，这种模式的优点是可以减少非计划故障停机，将潜在故障消灭在萌芽状态，缺点是对维修的经济性和设备基础保养考虑不够。由于计划固定，较少考虑设备使用实际、负荷情况，容易产生维修过剩或维修不足。中国自 20 世纪 50 年代以来的工业受前苏联影响较多，也基本采用这种维修策略。预防维修是一种通过周期性的检查、分析来制订维修计划的管理方法，也属于预防性维修体系，多被西方国家采用。其优点是可以减少非计划的故障停机，检查后的计划维修可以部分减少维修的盲目性；其缺点是由于当时检查手段、仪器尚比较落后，受检查手段和检查人员经验的制约，可能使检查失误，造成维修计划不准确，维修冗余或不足。

预防性维修较事后维修有明显的优越性：

- (1) 因采取预防为主维修措施可大大减少计划外停工损失；
- (2) 由于预先制订了检修计划，对生产计划的冲击较小，减少了临时突击维修任务，使无效工时减少，维修费用降低；
- (3) 防患于未然，减少了恶性事故的发生，延长了设备的使用寿命；
- (4) 设备完好率高，提高了设备使用效率，有利于保证产品的产量和质量。

3. 生产维修阶段

随着科学技术的发展，以及系统理论的普遍应用，1954 年，美国通用电器公司提出了生产维修的概念，强调以生产为中心，为生产服务，提高企业的综合经济效益。它由四种具体的维修方式构成：事后维修、预防性维修、检测维修和维修预防。针对不同设备以及使用情况，分别采取不同的维修方式。例如，对重点设备进行预防性维修，对一般设备进行事后维修，其目的是提高设备维修的经济性。

生产维修体制是以预防性维修为中心，兼顾生产和设备设计制造而采取的多样、综合的设备管理方法，以美国为代表的西方国家多采用此维修管理体制。这一维修体

制突出了维修策略的灵活性,吸收了后勤工程学的内容,提出了维修预防、提高设备可靠性设计水平及无维修设计思想。

4. 以可靠性为中心阶段

这一阶段是从 20 世纪 60 年代末到现在。以可靠性为中心的维修强调以设备的可靠性、设备故障后果,作为确定维修策略的主要依据。1968 年,美国空运协会经过近 10 年的探索,在认识复杂产品故障规律的基础上,形成了以可靠性为中心的维修理论以及预防性维修工作的逻辑决断法。美国民用航空界运用这一理论进行维修改革之后,20 世纪 70 年代中期,美国国防部正式决定,把以可靠性为中心的维修理论加以应用推广。进入 20 世纪 70 年代,随着监测手段的进步和计算机的应用,一些发达国家开始采用预测维修(Predictive Maintenance, PDM)模式。这是一种旨在通过主动的检测设备的状态,识别即将出现的问题,预计故障修理时机,以减少设备损坏的维修模式。但随着设备的技术进步,维修费用逐渐增加,在某些企业,甚至从占生产成本的 4% 上升到 14%,可见维修与企业的成败有着密切的关系。激烈的市场竞争使得一些有远见的、有创新意识的企业开始采用一种以主动维修(Proactive Maintenance, PAM)为导向的可靠性维修(Reliability Based Maintenance, RBM)。其思想是通过系统地消灭故障根源,尽最大努力削减维修工作总量,使设备获得最高的可靠性,从而最大限度地延长机械设备的使用寿命。德国主张推行状态维修(Condition Based Maintenance, CBM),发展监控诊断技术;英国提出了设备综合工程学(Terotechnology);美国提出了可维修性理论((Maintainability)和维修后勤学(Logistics);英国机器保健和状态监测协会((MHMG & CMA)提出了故障诊断技术((Fault Diagnostics);日本提出了全员生产维修(Total Productive Maintenance, TPM)技术等。这些理论和技术在实践中被普遍采用。

随着以可靠性为中心的维修理论在大量的实践中得到了不断的充实,科学技术的迅猛发展使得机器设备的现代化程度不断提高,世界各国对先进维修技术的研究和应用达到了一个新的水平。这一时期的重要成果是形成了现代的综合维修策略,该策略强调以可靠性为中心的维修思想。它是以设备本身具有的可靠性为突破口,根据不同零部件的故障规律和性质,通过特定的逻辑决策分析方法,最后确定出复杂设备预定

的维修项目、维修方式和最佳维修计划，同时还要达到维修费用最省的目的。

1.5 研究维修技术的意义

1. 维修是使用的前提和安全的保障

随着武器装备高技术含量的增加，新技术、新工艺、新材料的出现，隐身涂层、防辐射涂层、耐高温涂层以及智能诊断和修复技术的应用，装备维修由硬件扩展到软件，不仅硬件系统变得更为复杂，而且软硬件结合的“软件密集系统”（Software-intensive System）使维修难度增大，对维修要求更高，导致装备越是现代化对装备维修依赖程度越大。装备只有一次又一次地维修，才能一次又一次地投入使用和战斗，离开了正确的维修，装备就不能保证正常使用并发挥其作战效能；反之，错误的维修或维修不当，就会成为使用的障碍，影响任务的完成，甚至造成更严重的后果。所以维修是装备使用的前提和安全的保障。

2. 维修是生产力和战斗力的重要组成部分

投资购买新设备的目的，是维持或扩大既定的生产力，完成规定的生产任务。虽然往往注重投资购买新设备形成生产力，可是新设备是否就能形成生产力，实践证明并不一定。就设备的新旧而言，新的并不意味着一定具有所要求的生产力，要达到要求，往往需要经过一段时间的试运行，经过适当地维修；退一步讲，即使新设备从一开始或短期内就能够投产，也需要马上维修。因为设备中总会有一些短寿命的零部件发生故障，或者使用操作中人为差错引起损坏。所以，新设备形成的生产力离不开维修。一台使用多年的旧设备的生产力，并不一定比新设备的生产力差。通过恰当地维修或翻修，它会一如既往地或者更好地运转，甚至其生产性能超过新设备。这里起关键作用的还是维修，所以，维修是生产力的重要组成部分。

由于武器装备的现代化和复杂化，战争中对维修的依赖性也增大。装备只有不断地维修，保持和恢复其完好的工作状态，才能不断地投入战斗。装备维修不仅能使装备处于完好的工作和战斗准备状态，使其在战斗中充分发挥战术、技术性能和作战效能，而且也对提高部队的机动作战能力、高强度作战能力和持续作战能力起着决定性

的作用。所以，维修是战斗力的重要组成部分。

3. 维修是企业竞争的有力手段

激烈的市场竞争迫使企业必须改进产品质量，降低生产成本，提高企业信誉，以增强竞争力。维修是企业竞争的有力手段，具体体现在如下几个方面：

(1) 维修保证设备正常运转，维持稳定生产，从根本上保证了所投入的设备资金能够在生产中体现出效益。

(2) 在许多情况下，维修提高了设备的使用强度，从而增强了单位时间的生产能力。

(3) 有时维修能够延长设备的寿命，使其运转时间超出原先购买时预计的期限，并能提高精度、扩大功能，从而增加产品数量，提高产品质量。

(4) 维修售后服务，不仅可以保证产品使用质量，维护用户利益，还可以提高企业信誉，扩大销售市场，并能反馈信息来进一步改进产品质量，增强企业竞争力。

随着生产自动化程度的不断提高，维修在现代企业中的地位也日益明显。据统计，现代企业中，故障维修及其停产损失已占其生产成本的 30%~40%。有些行业，维修费用已经跃居生产总成本的第二位，甚至更高。所以，维修是企业竞争的有力手段。

4. 维修是投资的一种选择方式

1990 年在欧洲国家维修团体联盟第 10 次学术会议提出维修是投资的一种选择方式，认为维修可以替代投资。投资是指固定资产的购买与投产，投资目的是形成一定的生产力。投资条件是所投入的资本能够在一定的周期内收回并增值。

维修投资是使固定资产的生产力得以维持下去的那一部分投资。与投资购买固定资产能够形成生产力相似，维修投资则能维持其生产力。在一定周期内，不仅可以收回维修投资成本，而且还能增值。如果将固定资产投资称为一次性投资的话，那么，维修投资则是一种重复性的投资。例如，一台具有某种功能的设备，会因为使用操作或维修不当而迅速报废，使得人们不得不重新购买；反之，认真地使用和恰当地维修，

能够使设备具有相当长的使用寿命。显而易见，维修可以延长设备的更新周期，通过维修替代了设备的投资。

5. 维修是实行全系统、全寿命管理的有机环节

设备的管理，既要重视设计、制造阶段的“优生”，又要重视使用、维修阶段的“优育”，需要实行全系统、全寿命的管理。使用、维修是设计、制造的出发点和落脚点。任何产品都是依据用户使用、维修的需求而设计、制造的，产品只有投入使用、维修后才能衡量其优劣，评价其好坏，体现其价值；只有通过使用维修实践的检验，才能发现问题，提供信息，不断地改进，实现设计和制造的“优生”。所以，维修是实行全系统、全寿命管理的有机环节。

6. 维修是实施绿色再制造工程的重要技术措施

工业的发展和人类的增长，使自然资源的消耗急剧加快，工业废品堆积如山，人类赖以生存的有限资源浪费严重，为了缓解资源短缺与资源浪费的矛盾，保护环境，适应可持续发展，当今，通过修复和改造废旧产品，使其起死回生的绿色再制造工程的新兴产业正在迅速发展壮大。

针对许多废旧机器设备的磨损、腐蚀、疲劳、变形，采用一些新技术、新工艺、新材料等技术措施进行维修，例如采用表面工程技术进行维修，不仅可以有效地修复表面磨损状况，恢复性能、修旧如新，而且可以改进技术性能，提高其耐高温、耐磨损、耐腐蚀、抗疲劳、防辐射以及导电等性能，延长使用寿命，节省材料、能源和费用。也就是说，通过维修的技术措施，可以使磨损设备重新修复如新，老旧设备得到更新改造，报废设备得以起死回生，实施绿色再制造工程，使资源得以再生、再利用，缓解对环境的污染。所以，维修是实施绿色再制造工程的重要技术措施。

7. 维修已从技艺到科学

传统观念认为维修是一种修理行业，是一门操作技艺，缺乏系统的理论。早先的机器大多数采用皮带、齿轮传动，由于设备简单，可以凭眼睛看，耳朵听，手摸等直观判断，或通过师傅向徒弟传授经验的办法来排除故障，因此认为维修是一门技艺，

这是符合当时客观实际的。随着生产日益机械化、电气化、自动化和智能化，设备故障的查找、定位和排除也复杂化，有时故障可能是多种因素（如机械的、液压的、气动的、电子的，计算机硬件或软件的）综合引起的，例如电子器件处理器的故障，可能是硬件芯片的问题，也可能是软件差错的问题，也可能是多种因素交织在一起的问题，仅凭直观判断或经验是难以发现问题的。而且现代维修，不能只是出现故障后才排除，应更加重视出现故障前的预防。故障前的预防，常常出现不是“维修过度”，就是“维修不足”，如何避免维修实践中的盲目性，做到“维修适度”，提高预防性维修的针对性和适应性，这对科学维修产生了客观的需要。而 20 世纪 60 年代以来，现代科学技术的新进展，特别是可靠性、维修性、测试性、保障性、安全性等新兴学科的相继出现，概率统计、故障物理、断裂力学和诊断技术的不断发展，以及多年维修实践数据资料的积累，为研究维修理论提供了实际的可能。这种客观需要与实际可能的结合，使维修这一事物不再是一些操作技艺的简单组合，而是建立在现代科学技术基础上的一门新兴学科，使维修从分散的、定性的、经验的阶段，进入系统的、定量的、科学的阶段，现代维修理论就此应运而生。当今，维修已从技艺发展到科学。

随着生产力的提高和市场经济的发展，维修观念有了更多的涵义。维修已从单纯为了排除设备故障，发展到了通过维修提高设备可用率，进而成为企业生存和发展的重要手段。维修好比一座“水中的冰山”，在“水面”上可以直接看到的那一小部分代表设备维修，而与设备维修有关的各个方面，大部分是隐藏在“水面”下的，如投资、可用率、安全，以及提高产品质量，延长设备寿命，提供改进产品设计信息，节约材料和能源，售后服务和环境保护等。它提示人们，不能只看到外露的一小部分，而要考虑“水下”关系到企业生产效益的各个方面，否则企业在前进的航行中就可能触礁。只有对“水上”和“水下”的部分都给予重视，才能提高企业的竞争力。

1.6 维修技术的发展趋势

当代设备的技术进步飞快，分别朝着集成化、大型化、连续化、高速化、精密化、自动化、流程化、综合化、计算机化、超小型化、技术密集化的方向发展，这就要求现代维修技术也要向维修的现代化方向发展，即维修技术集成化、全员化、计算机化、网络化、智能化、维修保障社会化、专业化、规范化等。如何将新兴的维修技术和体

制、计算机网络通信技术、设备诊断监测技术、人工智能技术、数据库技术等有机地结合在一起，为企业提供适应市场发展的维修策略，进而最大限度地发挥设备的综合效能，成为了维修技术的发展趋势。

1. 智能化

随着现代化生产设备的广泛使用以及生产过程的不断复杂化，即使行业专家都难以把握维修过程。近几十年来，人工智能技术得到了长足的发展。目前将智能技术与维修技术相融合，以辅助人类专家解决纷繁复杂的维修问题已经成为研究热点。智能维修的高效性、可靠性及其解决复杂维修问题的能力，不但能提高维修质量和效率，而且还能有效地降低现代化生产系统的维修成本。智能维修远未达到成熟阶段，目前，其应用的广度和深度还非常有限。

2. 网络化协同

网络技术与生产过程的结合产生了网络生产模式，网络生产模式具有资源的分散性，在网络制造环境下的维修过程，必须通过网络实现维修资源的整合。维修策略的规划必须采用计算机支持的协同工作（Computer Supported Cooperative Working, CSCW）方式才能达到高效率、高质量。网络化协同维修是面向网络制造的一种新型维修模式，它将随着网络制造技术的发展而发展。

3. 基于信息驱动的维修

基于信息驱动的维修是信息技术、视情维修与维修资源调度相结合的产物。维修资源由人力资源和维修的工具、备品备件、时间、资金及信息等组成。维修信息在现代化生产设备维修中的地位日益突显。通过对监测系统所获信息的分析，预测并安排维修计划，可以有效地提高设备的可用度，从而使停机损失达到最小，这对于影响面很大的并行生产过程非常适用。将信息作为维修系统的运作动力，可更加密切生产与维修的联系。基于信息驱动的维修决策是未来维修决策系统的发展方向。

1.7 国内外武器装备预防性维修的研究与发展现状

装备维修保障水平是保证武器装备作战能力的重要前提，装备维修保障力量的建

设是国防建设的重要组成部分，对于增强国防实力有着极其重要的意义，历次现代战争都表明，武器装备维修是军队战斗力的“倍增器”。武器装备如果不能及时有效地进行维修，再高性能的武器装备也得不到发挥。因此，维修的重要性和其广阔的发展前景使从事这方面工作的人员很多。例如，美国国防费用中 $1/7$ 左右用于装备维修，国防部人员中大约 23% 人从事装备维修保障工作。世界上的很多国家也成立了维修组织，经常开展维修方面的学术活动，例如，2000 年 11 月，在美国佛罗里达州戴特纳海滩就召开了以“维修与使用结盟”为主题的国际维修研讨会。

维修理论是建立在可靠性工程、概率统计、维修性工程、模糊数学、故障诊断理论等基础上的一门综合性工程技术应用理论，它对设备维修的本质和规律进行研究，包括维修的技术理论、设计理论和管理理论。这些理论用来保证设备的安全性和可靠性，对设备整个寿命期内的维修进行优化，力求获得最佳的效益。伴随着装备故障诊断技术和装备维修的相关需求的发展，在许多学者的积极探索下，人们在装备维修理论方面取得了很多成果。人们对装备维修的认识大体经历了三个阶段的转变，从最初的事后维修方式发展到以预防性维修为主的维修方式，后来在 20 世纪 60 年代中期，维修方式从预防性维修方式转变到了以可靠性为中心的维修方式，后来慢慢发展到世界各地，其得到了广泛的应用，使以可靠性为中心（简称 RCM 的维修）的理论成为了指导维修工作的通用基础理论。RCM 作为一种进行维修规划的系统工程方法，是我军制订预防性维修计划的必选方法之一，应用于我军的部分现役装备和新研制装备以及各类复杂武器系统之中。目前 RCM 技术已经在核能、军事、航海、石油等各行各业得到了广泛应用，我国学者贾希胜对 RCM 模型进行了综述，并对 RCM 理论进行了系统的介绍。

国内外许多学者在维修决策建模方面也做了大量工作，但由于装备的工作环境、保障目标、使用条件、使用级别以及故障规律的不同，使得武器装备的预防性维修模型也极其复杂。自 20 世纪的 60 年代以来，国内外的很多学者结合武器装备的维修实际情况，先后提出了很多的维修策略。1965 年，McCall 发表了《随机失效装备的维修策略综述》一文，比较详细地阐述了当时情况下所采用的维修策略，McCall 把维修模型分为两种：一种是预备维修模型，即设备的运行状态是未知的，设备故障是随机的；另一类是预防维修模型，这类模型的设备的运行状态是已知的，但设备故

障是随机的。Wang H.Z.在一篇题为《故障系统维修策略综述》的文章中阐述了目前使用的比较先进的维修策略模型。

在武器装备预防性维修备件消耗预测方面的研究,我军主要是以经验为主,这样就会存在很大的人为主观性,造成了装备维修备件的“缺货”与“过剩”并存的现象,这种情况也使得装备维修保障的军事经济效益并不高。

近年来,我国的一些学者和专家对维修策略的相关技术也进行了大量的研究,他们将遗传算法、神经网络、运筹学中的排队论等许多学科的知识应用到维修策略中来。对装备维修的时间(维修周期或间隔期)进行研究,并结合实例进行验证;将任务可用度和维修费用相结合,对定期维修策略进行研究;对预防性维修的维修级别进行研究。此外我军在战场抢修、全寿命维修、消耗器材规律等方面也进行了研究,丰富了装备维修理论,总的来说,我们国家的武器装备维修理论,一直秉承着从实践中来到实践中去的理念。

新中国成立以来,我国的装备维修保障事业是随着人民军队的发展壮大和武器装备的快速发展而逐步发展的。我国的装备维修从20世纪最初的修械所,发展到50年代的修理厂,基本上完成了由最初的手工维修向机械化维修的转变,自70年代末开始,我国开始逐步引进国外的先进维修理论和维修技术,在80年代进行了装备维修改革,突破了原有的单一定期维修制度,开展视情维修工作,并取得了很大的进展。进入21世纪以来,我国从事装备维修保障的专家和学者开始借鉴国外装备维修的理论和经验,先后提出了一些先进的维修理念。但由于起步较晚等种种原因,装备维修技术与世界上先进的维修水平相比还存在很大的差距。因此,提出科学、有效的预防性维修策略,并合理制订预防性维修计划,用于指导维修实践活动,已经成为重要的研究课题。应将维修工作逐步由经验型转变为科学型,不断适应装备发展的需要。

第2章 武器装备预防性维修的故障率预测



武器装备在运行过程中会出现各种各样的故障，掌握装备的故障规律是进行预防性维修的一个重要前提，而基层部队在获得装备故障率等有关数据方面又比较困难，因此，限制了很多模型在基层部队的使用。基于这种情况，需要寻找一些简单的模型对武器装备的故障率进行准确的预测，一方面可以对事故做到提前预防，尽量减少武器装备的故障时间，确保设备的正常运转；另一方面可以用来指导购买备件对装备进行必要的预防性维修，避免备件储备过多或者维修人员过多而造成不必要的浪费，也可以避免储备不足而使故障得不到及时处理，因此故障率的预测在预防性维修的过程中就显得尤为重要。

2.1 可靠度函数与不可靠度函数

1) 可靠度函数 $R(t)$

可靠度 (Reliability) 的定义为产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率，通常以 R 表示。考虑到它是时间的函数，又可表示为 $R = R(t)$ ，称为可靠度函数。就概率分布而言，又称之为可靠度分布函数，且是累积分布函数。它表示在规定的使用条件下和规定的时间内，无故障地发挥规定功能而工作的产品占全部工作产品（累积起来）的百分率。因此，可靠度 R 或 $R(t)$ 的取值范围是：

$$0 \leq R(t) \leq 1$$

如果用随机变量 T 表示产品从开始工作到发生故障的连续正常工作时间，用 t 表示某一指定时间，则产品在该时刻的可靠度 $R(t)$ 为随机变量 T 大于时间 t 的概率，即

$$R(t) = P(T > t)$$

2) 不可靠度函数 $F(t)$

与可靠度相对应的有不可靠度,表示产品在规定的条件下和规定的时间内不能完成规定功能的概率,因此又称为失效概率,记为 F 。失效概率 F 也是时间 t 的函数,故又称为失效概率函数或不可靠度函数,并记为 $F(t)$ 。它也是累积分布函数,故又称为累积失效概率。累积故障概率或故障分布函数 $F(t)$,为随机变量 T 小于或等于 t 的概率,即

$$F(t) = P(T \leq t)$$

可靠度 $R(t)$ 和故障分布函数 $F(t)$ 是两个对立事件的概率,因此,有

$$F(t) = 1 - R(t)$$

即

$$F(t) = P\{0 < T \leq t\}$$

假设故障分布函数 $F(t)$ 连续可微,定义故障分布函数的导数为故障分布密度,记为 $f(t)$,即

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad t \geq 0$$

失效概率函数为:

$$F(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt$$

2.2 故障率函数

故障率也被称为失效率,是指产品工作到某一时刻时,在单位时间内失效或出现故障的概率。故障率是时间的函数,因此又称为故障率函数,常用 $\lambda(t)$ 来表示。也有把故障率称为风险函数的,用 $h(t)$ 来表示。故障率反映了研究对象在任一瞬时失效或出现故障的概率的变化趋势。首先介绍故障概率的含义及它的表达式。

在给定的时间区间 $[t_1, t_2]$ 内,故障率函数可用不可靠度函数表示为

$$\int_t^2 f(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^2 f(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^1 f(\tau) d\tau = F(t_2) - F(t_1)$$

式中, $F(t)$ 为不可靠度函数; $f(\tau)$ 为故障概率密度函数。

故障率函数可用可靠度函数表示为:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(\tau) d\tau = \int_{t_1}^{\infty} f(\tau) d\tau - \int_{t_2}^{\infty} f(\tau) d\tau = R(t_1) - R(t_2)$$

式中, $R(t)$ 为可靠度函数。

在给定的时间区间 $[t_1, t_2]$ 内, 系统故障发生的比率称为该区间的平均故障率。假定区间开始点 t_1 之前没有发生一次故障, 而在区间内每单位时间发生的概率即为故障率。因此该区间的平均故障率可表示为:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_1 - t_2)R(t_1)} \quad (2.1)$$

假如定义给定的时间区间为 $[t, t + \Delta t]$, 则式 (2.1) 的表达式成为:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

当故障率定义为给定的区间 $[t, t + \Delta t]$ 趋近于零时, 此时的故障率为瞬时故障率, 简称故障率, 可表示为:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)} = \frac{1}{R(t)} \left[-\frac{d}{dt} R(t) \right] = \frac{f(t)}{R(t)}$$

瞬时故障率在于指出系统的整个寿命期内平均故障率的变化情况, 说明故障率为某一瞬时可能发生的故障相对于该瞬时无故障概率之比。

$\lambda(t)$ 的概率解释为: 若产品工作到时刻 t 仍然正常, 则它在 $(t, t + \Delta t)$ 中失效的概率为:

$$P\{t < T \leq t + \Delta t | T > t\} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)}$$

即

$$\frac{f(t)\Delta t}{F(t)} = \lambda(t)\Delta t$$

因此, 当 Δt 很小时, $\lambda(t)\Delta t$ 表示该产品在 t 以前正常工作的条件下, 在 $(t, t + \Delta t)$ 中故障的概率。

易推出

$$\lambda(t) = \frac{-R'(t)}{R(t)}$$

及

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$$

这是可靠度函数的一般表达式。

2.3 常见的故障分布及其故障率函数

概率分布能够很好地描述随机变量的性质, 但在工程实际中往往不清楚分布属于哪一种类型。常用的做法是, 先讨论几种重要的分布类型及参数性质, 再根据现场数据或试验数据进行统计处理, 并进行假设检验, 从而确定其分布类型及参数, 然后在此基础上预测或计算其可靠度。可靠度函数及与其相关的故障率函数是唯一的, 每一个可靠度函数仅仅对应一个故障率函数。反之亦然, 故障函数或不可靠度函数也是对应同样一个故障率的函数。

1. 指数分布及其故障率函数

指数分布函数在可靠性中指数分布的使用比较广泛, 可以看作是威布尔分布的一种特例。指数分布的故障概率密度函数和累积分布函数分别为:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, (t \geq 0, \lambda > 0)$$

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^t \lambda e^{-\lambda \tau} d\tau = 1 - e^{-\lambda t}, (t \geq 0, \lambda > 0)$$

式中, λ 表示故障率。

指数分布的故障率函数表示为:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$$

指数分布函数的故障率函数为 λ ，是一个常数。

2. 正态分布及其故障率函数

1) 正态分布的特性

正态分布是最常用的一种概率分布，它是关于其均值对称的分布，正态分布具有对称性。正态分布的主要参数是均值和标准差（或方差）。均值 μ 决定正态分布曲线的位置，代表分布的中心倾向；而标准差 σ 决定正态分布曲线的形状，表征分布的离散程度。正态分布的故障率密度和累积分布函数分别为：

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, (t \geq 0)$$

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, (t \geq 0)$$

2) 正态分布的故障率函数

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

3. 对数正态分布及其故障率函数

1) 对数正态分布函数

如果随机变量 t 的对数 $x = \ln t$ 服从正态分布，则 t 为对数正态分布，对数正态分布的故障率密度函数和累积分布函数为：

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right)^2}, (t \geq 0)$$

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sigma \tau \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \tau - \mu}{\sigma} \right)^2} d\tau, (t \geq 0)$$

由于 $x = \ln t$ 服从正态分布，因此正态分布的计算方法也适用于对数正态分布，用

标准正态分布的形式表示累积分布函数为：

$$F(t)=p(T \leq t)=p(Z \leq z)=p\left(Z \leq \frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)=\Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)$$

则对数正态分布的可靠度函数用标准正态分布的形式表示为：

$$R(t)=1-F(t)=1-\Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)$$

2) 对数正态分布的故障率函数

根据对数正态分布的可靠度函数和故障概率密度分布函数的表示，可求得其故障率函数为：

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma t \sqrt{2\pi} \left[1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)\right]}$$

式中， μ 和 σ 分别为故障时间随机变量 T 的自然对数 $\ln T$ 的均值和标准差。

4. 威布尔分布及其故障率函数

1) 威布尔分布函数

威布尔分布由于其通用性而得到广泛的应用，正态分布、指数分布、瑞利分布等都可以看作是威布尔分布的特例。下面给出一元三参数的威布尔分布的概率密度函数、累积失效分布函数、可靠度函数、故障率函数。

威布尔分布的概率密度函数为：

$$f(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{\beta}}, t \geq \delta \geq 0$$

式中， β 通称为形状参数，它影响威布尔分布曲线的形状，也叫做威布尔分布斜率； η 为尺度参数； σ 为位置参数。这 3 个威布尔参数对威布尔分布曲线有很大的影

响，它们总是正的。

威布尔分布的累积失效分布函数表示为：

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{\tau - \delta}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\tau - \delta}{\eta} \right)^{\beta}} d\tau = 1 - e^{-\left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^{\beta}}$$

则可靠度函数为：

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^{\beta}}$$

2) 威布尔分布的故障率函数

威布尔分布的故障率函数的表示为：

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \delta}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (2.2)$$

从式 (2.2) 可知，形状参数 β 变化时对故障率函数的影响情况：故障率函数在 $\beta < 1$ 时是递减的，在 $\beta > 1$ 时是递增的，在 $\beta = 1$ 时不变。

5. 伽马分布及其故障率函数

1) 伽马分布函数

伽马分布的故障密度函数为：

$$f(t) = \frac{\lambda \eta}{\Gamma(\eta)} t^{\eta-1} e^{-\lambda t}, t \geq 0, \eta > 0, \lambda > 0$$

式中， η 表示形状参数； λ 表示尺度参数。

伽马分布的故障分布函数为：

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{\lambda \eta}{\Gamma(\eta)} \tau^{\eta-1} e^{-\lambda \tau} d\tau$$

如果 η 是正数，则可用分部积分法逐次证明：

$$F(t) = \sum_{k=\eta}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$$

则伽马分布的可靠度函数为:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \sum_{k=\eta}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} = \sum_{k=0}^{\eta-1} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$$

2) 伽马分布的故障率函数

伽马分布的故障率函数表示为:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{\lambda \eta}{\Gamma(\eta)} t^{\eta-1} e^{-\lambda t}}{\sum_{k=0}^{\eta-1} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}}$$

2.4 故障率曲线的类型

对应于上述故障率函数, 故障率函数曲线有 4 种类型。一般可分为递减型失效率 (Decreasing Failure Rate, DFR) 曲线、恒定型失效率 (Constant Failure Rate, CFR) 曲线、递增型失效率 (Increasing Failure Rate, IFR) 曲线及浴盆曲线。

(1) 常数型, 又称确定型。故障率基本保持不变, 是一个常数, 它不随时间的变化而变化。此时的设备或零部件均未达到使用寿命, 不易发生故障。但因某种原因也会导致故障的发生, 且具有随机性。在严格操作、加强维护保养的情况下将随时排除故障, 因此故障率很小。这是最常见的一种类型, 如图 2.1 所示。

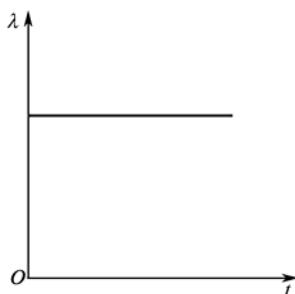


图 2.1 常数型故障率曲线

(2) 负指数型, 又称渐减型。由于使用了质量粗劣的零件, 或者制造中工艺疏忽, 或者装配质量不高, 还有设计、保管、运输、操作等方面的原因, 使设备投入运转的初期故障率很高, 即有一个早期故障期。随着时间的推移, 经过运转、磨合、调整, 故障逐个暴露, 并一个个排除后, 故障率又逐渐降低, 并趋于稳定, 成为负指数型故障率曲线, 如图 2.2 所示。

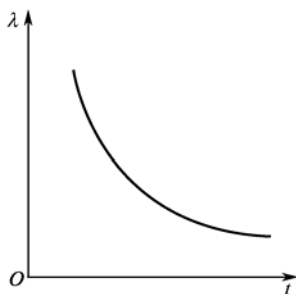


图 2.2 负指数型故障率曲线

(3) 正指数型, 又称渐增型。设备或零部件随着时间的增长, 逐渐发生磨损、腐蚀、疲劳等, 故障急剧增多, 其故障率曲线是正指数型。渐进型故障的故障率属于这种类型, 如图 2.3 所示。

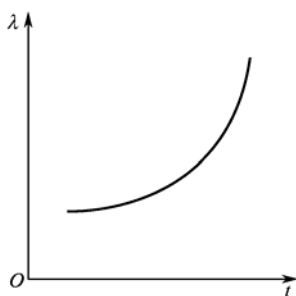


图 2.3 正指数型故障率曲线

(4) 浴盆曲线型。通过对大量使用和试验中得到的故障数据进行统计分析后, 可以得到故障率随时间变化的典型的故障率曲线, 人们形象地把它称为“浴盆曲线”, 浴盆曲线型是最常见的一种故障特征类型。曲线划分成早期故障 (初始故障)、随机故障 (偶发故障) 和损耗故障 (衰老故障) 三个阶段。如图 2.4 所示故障变化曲线, 通常称为“浴盆曲线”。

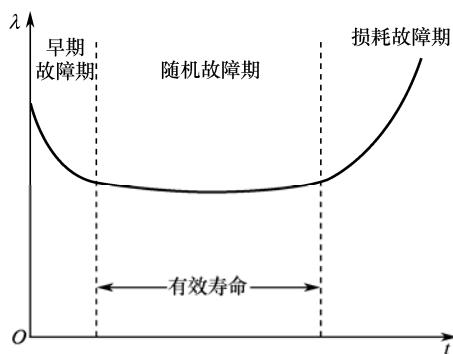


图 2.4 浴盆曲线型故障率曲线

早期故障期($0 < t < t_1$)，它相当于设备安装试车后，经过磨合、调整将进入正常的操作阶段。如进行大修或技术改造后，早期故障期将再次出现。

随机故障期($t_1 < t < t_2$)，该期间故障率基本上保持不变。这一时期的故障随机发生，由一种特定的失效机理起主导作用，大多数是由于使用不当，操作失误，润滑不良，即没有维护不到位以及材料内部缺陷，或工艺和结构缺陷等偶然因素，故障率低而稳定，产品处于最佳使用期。

耗损故障期($t_2 < t < t_i$)， t_i 为两次大修之间的正常工作时间。大多数的设备或零部件经长期运转，磨损严重，增加了产生故障的几率。因此，应在这一时期出现前进行预防性维修，防止故障大量出现，降低故障率，减少维修工作量。

当设备进入耗损期后，故障率是时间的递增函数，对设备进行预防性维修可显著地减少故障发生，并且可以延长设备的使用寿命。这种以浴盆曲线为理论依据的预防性维修制度一直指导我国的设备维修管理，其优点是可以减少非计划停机时间，可以减少维修的盲目性；其缺点是由于受检查手段和检查人员经验的制约，可能使检查失误，进一步使维修计划不准确，仍可能造成维修过剩或维修不足。

2.5 基于威布尔分布模型的故障率预测

针对具有“浴盆曲线”的典型故障率曲线的产品，其故障率的估计我们可以用威布尔分布来拟合，但是威布尔分布参数的估计是另外一个非常困难的问题，威布尔分布参数估计方法主要分为解析法和图形法两大类。解析法又分为矩法、极大似然法、

贝叶斯方法。下面本书给出另外一种基于威布尔分布的故障率预测模型以及威布尔分布参数的估计方法。

2.5.1 威布尔分布的优点

威布尔分布由于其通用性而广泛用于拟合故障数据分布，威布尔分布的优点主要有：

(1) 威布尔分布可以描述系统使用过程中的不同阶段，具有良好的工程实际意义，根据形状参数的取值范围不同，可以用来描述系统的早期故障期、偶发故障期和耗损性故障期。

(2) 威布尔分布可以通过调整其尺度参数、形状参数以及位置参数来拟合多种故障数据，工程适用范围比较广，指数分布、瑞利分布、正态分布等都可以看作是威布尔分布的特例。

(3) 从拟合数据的角度来看，威布尔模型富有弹性，这归结于它参数的多样化，即形状参数、寿命参数和位置参数。

2.5.2 一元二参数威布尔分布

下面给出一元二参数威布尔分布的故障密度函数、可靠度函数、故障分布函数和故障率函数。

威布尔分布的概率密度函数为：

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta}}, t \geq 0 \quad (2.3)$$

式中， η 被称为尺度参数， β 被称为形状参数。

威布尔分布的累积失效分布函数表示为：

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{\tau}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\tau}{\eta} \right)^{\beta}} d\tau = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta}} \quad (2.4)$$

则可靠度函数为：

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)} \quad (2.5)$$

威布尔分布的故障率函数为：

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (2.6)$$

当威布尔模型中的形状参数 $\beta < 1$ 时，故障率是递减的，用来描述设备的早期故障阶段；当 $\beta = 1$ 时，故障率是常数，用来描述随机故障；当 $\beta > 1$ 时，故障率是递增的，适用于描述设备的损耗或者老化阶段的故障。

2.5.3 威布尔分布的参数估计方法

利用威布尔分布故障率曲线来拟合和预测典型的武器装备的故障率曲线，通过对典型的故障率曲线的分析可知，发现故障率变化只依赖于时间 t ，可以利用线性回归模型对早期和耗损期故障率进行预测；但是如果直接利用线性回归模型进行预测，显然不是很合理，因为早期和耗损期故障率为非线性。将威布尔分布的故障率函数 $\lambda(t) = kt^{\beta-1}$ 两边取对数，这样就可以将非线性回归转换为一元线性回归，一元线性回归分析的参数求解过程如下所述。

(1) 建立回归模型 $Y = \alpha + \beta x$ 。

式中， α 和 β 是回归系数，分别表示在 Y 轴的截距和直线的斜率。

(2) 利用最小二乘法来求解回归系数。

给定 n 个数据样本 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，做离差平方和。

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2 \quad (2.7)$$

对 α 和 β 求一阶偏导数，令其等于零，即

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial \beta} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i) x_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i) = 0 \end{cases}$$

(3) 得到回归系数的值为:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) [y_i - \bar{y}]}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.8)$$
$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

2.5.4 实例应用

根据从 XX 雷达维修站收集的 XX 型号雷达某电子元器件的耗损期故障率数据, 耗损期的故障率数据见表 2-1, 其中 $\lambda(t)$ 表示的是此备件故障率, t 表示备件的使用年数。

表 2-1 某备件故障率表

t (备件使用年数)	$\lambda(t)$ 备件故障率(单位%/1000h)	u	v
4	0.1500	0.6021	-0.8239
5	0.3342	0.6990	-0.4760
6	0.6550	0.7782	-0.1838
7	1.1158	0.8451	0.0476
8	1.9320	0.9031	0.2860
9	2.801	0.9542	0.4473
10	4.0921	1.000	0.6119
11	5.6831	1.0414	0.7546

(1) 对 $\lambda(t) = kt^{\beta-1}$ 两边取常用对数得:

$$\log \lambda(t) = \log k + (\beta - 1) \log t$$

(2) 再作代换 $v = \log \lambda(t)$, $u = \log t$, $A = \log k$, $b = \beta - 1$

则可以得到下面的直线方程: $v = A + bu$

(3) 利用 $(\lambda(t_i), t_i)$ 来计算 (u_i, v_i) 的值, 利用线性回归模型来计算 A 和 b 的值。

根据上面所给数据可以计算出 $\bar{u} = 0.8529$, $\bar{v} = 0.0830$, 根据最小二乘法来计算参数 \hat{A} 和 \hat{b} 的值:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^8 (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^8 (u_i - \bar{u})^2} = 3.6078; \quad \hat{A} = \bar{v} - b\bar{u} = -2.9940$$

从而可知: $\hat{k} = 10^{\hat{A}} = 0.001$

则可以得到故障率预测函数为 $\lambda(t) = 0.001t^{3.6078}$, 从而实现了对故障率 $\lambda(t)$ 的预测。拟合曲线如图 2.5 所示。

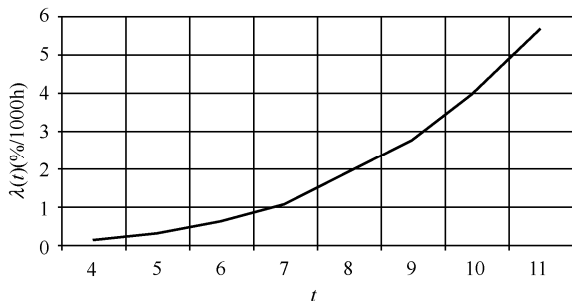


图 2.5 故障率预测曲线图

从拟合的曲线可以看出, 基本符合幂函数的曲线, 利用我们得到的故障率函数可以预测该雷达元器件以后年份的故障率, 用来指导维修工作和订购备件等。

将威布尔分布转换成一元线性回归模型对故障率进行预测, 我们只是考虑了故障率和时间关系, 而忽略了气候、环境、储存方式等其他因素的影响, 因此这种方法只是对故障率进行简单的预测, 相对比较粗糙, 对此, 可以考虑利用多元回归模型进行预测, 使故障率预测更准确些, 为维修备件的储备提供更为科学的依据。

2.6 灰色理论

2.6.1 灰色系统

灰色分析全名为灰色系统理论分析 (Grey System Theory), 由中国邓聚龙教授于 1982 年在国际经济学会议上提出, 该理论主要针对系统模型的不明确性和资讯的不完整性, 进行关于系统的关联分析 (Relational Analysis)、模型建构 (Constructing A Model),

通过预测及决策方法来探讨及了解系统。

自然界对人类社会来讲不是全白色的（全部都知道），也不是全黑色的（一无所知），而是灰色的（半知半解）。人类的思考、行为也是灰色的，人类其实是生存在一个高度的灰色信息关系空间之中，例如，人体系统、粮食生产系统等。部分信息已知，部分信息未知的系统，称为灰色系统（Grey System）。

灰色系统理论是一门研究信息部分清楚、部分不清楚，并带有不确定性现象的应用数学学科。传统的系统理论，大多会研究那些信息比较充分的系统。对一些信息比较贫乏的系统，利用黑箱的方法，也取得了较为成功的经验。但是，对一些内部信息部分确知、部分信息不确知的系统，却研究得很不充分。这一空白区便成为灰色系统理论的诞生地。

因此，灰色系统理论主要研究的就是“部分信息明确，部分信息未知”的“小样本，贫信息”问题，它通过对已知“部分”信息的开发、生成，去了解、认识现实世界，着重研究“外延明确，内涵不明确”的对象。

在客观世界中，大量存在的不是白色系统（信息完全明确）也不是黑色系统（信息完全不明确），而是灰色系统，因此灰色系统理论以这种大量存在的灰色系统为研究对象而获得进一步发展。这一理论刚一诞生，就受到国内外学术界和广大实际工作者的极大关注，不少著名学者和专家给予充分肯定和支持，许多中青年学者纷纷加入灰色系统理论的研究行列，以极大的热情开展理论探索，在不同领域中进行应用研究工作。短短几年的时间，它已迅速地渗透到经济、气象、生态、水利、生物、军事、医学、教育、水电能源、地质勘探、交通运输、过程控制、环境保护等众多领域，其理论研究和应用研究都有了很大的进展。

本来，在工业、农业、经济、社会、生态、生物等领域系统中，一般都是按研究对象所处的范围和领域来命名，但灰色系统却和上述这些系统的命名完全不同，它是以颜色来命名的。在人们所研究的控制论中，常常用颜色的深浅来表明信息的明确程度，用“白”来表示信息是完全已知的，而用“黑”来表示信息是完全未知的，那么处于信息完全已知和信息完全未知的中间状态，即部分信息已知、部分信息未知的状态，我们用“灰”来表示。相应地，人们就把信息完全已知的系统称为白色系统，而

把信息完全未知的系统称为黑色系统,把处于白色系统和黑色系统中间状态的系统称为灰色系统。

灰色系统理论以不确定性系统为研究对象,通过提取、生成和开发所研究系统的“贫信息”和“小样本”,来获得系统的有价值的信息,对系统的演化规律和运行行为进行有效的监控和正确的描述。灰色系统理论是处理“部分信息未知,部分信息已知”的有效工具。

灰色理论作为一门新兴的学科,经过 20 多年的不断发展和深入研究,已基本建立起自己的结构体系,如,以灰色聚类评估和灰色关联空间为依托的灰色评估体系;以序列算子和灰色序列生产为基础的方法体系;以灰色方程、灰色矩阵以及灰色代数系统为基础的理论体系;以系统分析、决策、建模、评估、优化为主体的技术体系;以 GM(1, 1)模型为标志的灰色预测体系。

2.6.2 灰色 GM(1, 1)模型

灰色建模是灰色系统理论的核心,也是其理论与实际结合的桥梁。灰色理论认为,影响系统行为效果的原因是灰的,而系统输出的统计数据本身正是这些灰色因素的综合作用的结果。这种结果必然蕴藏着系统本身某种内在的规律,只是这种规律被原始数据杂乱无章的表象所掩盖。通过灰色建模可以有效地挖掘和发现这种内在的规律,从而为预测和控制提供新的途径。

灰色理论诞生初期,邓聚龙先生提出 GM(h , n)模型(其中 h 表示阶数, n 表示变量个数),为灰色理论的预测、决策与控制奠定了基础。目前常用的模型主要有 GM(1, 1)、GM(1, N)、GM(2, 1)等,其中 GM(1, 1)模型是迄今为止,应用最为广泛的灰色模型。灰色 GM(1, 1)模型是灰色理论体系中最先发展理论之一,GM(1, 1)含义为 1 阶,1 个变量的灰模型,是针对所研究系统在“小样本”和“贫信息”情况下,通过时序累加生成,利用微分拟合,建立一阶的单变量常系数微分方程,用来描述一个广义的能量系统,使 GM(1, 1)模型成为了适合于预测的灰色模型。多数属于数据序列比较短,信息量比较少、规律性不强,符合所谓贫信息系统特征,对于设备,尤其是对于新型设备的预测,灰色模型 GM(1, 1)显示出了优越性和先进性。

目前使用最广泛的灰色预测模型就是关于数列预测的一个变量、一阶微分的GM(1, 1)模型。GM(1, 1)模型是基于随机的原始时间序列, 经按时间累加后所形成的新的时间序列呈现的规律可用一阶线性微分方程的解来逼近。经证明, 经一阶线性微分方程的解逼近所揭示的原始时间序列呈指数变化规律。因此, 当原始时间序列隐含着指数变化规律时, 灰色模型GM(1, 1)的预测将是非常成功的。灰色GM(1, 1)模型的建立步骤如下:

(1) 设 $X^{(0)}$ 为非负原始序列, $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$, 为了弱化原始时间序列的随机性, 在建立灰色预测模型之前, 需先对原始时间序列进行数据处理。将原始序列的第一个数据作为生成列的第一个数据, 将原始序列的第二个数据加到原始序列的第一个数据上, 其和作为生成列的第二个数据, 将原始序列的第三个数据加到生成列的第二个数据上, 其和作为生成列的第三个数据, 按此规则进行下去, 便可得到新的数据列。

对原始序列 $X^{(0)}$ 进行一次累加生成, 得到新的数据列:

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$$

式中,
$$x^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t x^{(0)}(i), \quad (t=1, 2, \dots, n)$$

(2) 对生成的序列 $X^{(1)}(t)$ 有如下一阶线性白化微分方程: $dx^{(1)}/dt + ax^{(1)} = b$

当 t 取单位时间时, 一阶微分方程的差分形式等于微分形式:

$$dx^{(1)}/dt = x^{(1)}(t+1) - x^{(1)}(t) = x^{(0)}(t)$$

所以GM(1, 1)模型的微分方程可以表示为:

$$x^{(0)}(t) + ax^{(1)}(t) = b \quad (2.9)$$

称为GM(1, 1)模型的原始形式。

(3) 为了使一次累加生成的序列更平滑, 对 $X^{(1)}$ 作紧邻均值生成:

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), z^{(1)}(4), \dots, z^{(1)}(n))$$

式中 $z^{(1)}(t) = 0.5(x^{(1)}(t) + x^{(1)}(t-1))$

从而得到 GM(1, 1)模型的基本形式为:

$$x^{(0)}(t) + ax^{(1)}(t) = b \quad (2.10)$$

式中, a 为发展系数; b 为灰作用量; $z^{(1)}$ 为 $x^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列。

(4) 对 GM(1, 1)模型的基本形式的参数 a 、 b 进行求解, a 和 b 的数值通过最小二乘法估计得到:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (2.11)$$

式中, $B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}; Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T$

(5) 将 a 和 b 的数值代入 GM(1, 1)模型白化方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$, 则可以得到 GM(1, 1)模型的时间响应函数为:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}) e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (t = 1, 2, 3, \dots, n-1) \quad (2.12)$$

其形式可记为: $\hat{x}^{(1)}(t+1) = c_1 e^{-at} + c_2$

(6) 进行累减还原:

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (t = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (2.13)$$

有关建模的问题说明如下:

① 定原始序列 $x^{(0)}$ 中的数据不一定要全部用来建模, 对原始数据的取舍不同, 可得模型不同, 即 a 和 b 不同。

② 建模的数据取舍应保证建模序列等时距、相连, 不得有跳跃出现。

③ 一般建模数据序列应当由最新的数据及其相邻数据构成, 当再出现新的数据

时,可采用两种方法处理:一是将新信息加入原始序列中,重估参数;二是去掉原始序列中最老的一个数据,再加上最新的数据,所形成的序列和原序列维数相等,再重估参数。

2.6.3 离散 GM(1, 1)模型故障率预测

常见故障率预测方法和上述的基于威布尔分布模型的故障率预测模型,都要依赖于大量的统计数据来估计各种分布的参数,然后实现故障率的预测,但有时候统计数据的获得却是不容易的,这样就造成了对故障率预测的困难。为了解决在“少数据、贫信息”的情况下对故障率的预测,我们提出了利用灰色理论对故障率进行预测,下面就给出典型的故障率曲线下基于离散 GM(1, 1)模型的故障率预测的方法,对典型的故障率曲线进行预测和拟合,为武器系统的未来发展趋势和系统的控制做出预测。

通过对典型的故障率曲线进行分析,发现典型的故障率函数曲线的早期故障期和耗损故障期基本服从于指数分布,于是考虑用 GM(1, 1)模型来对具有典型故障率曲线的武器装备进行故障率的预测,虽然 GM(1, 1)模型对于服从指数分布的函数进行预测具有一定的优势,但 GM(1, 1)模型对于指数增长序列的模拟存在的误差相对较大,而离散 GM(1, 1)模型则更能够精确模拟指数序列,因此考虑用离散的 GM(1, 1)模型对武器装备的损耗期故障率进行预测,首先我们来建立离散的 GM(1, 1)模型,其步骤为:

(1) 设 $X^{(0)}$ 为非负原始序列,对原始序列 $X^{(0)}$ 进行一次累加生成,得到新的数据列 $X^{(1)}$, 建立离散的 GM(1, 1)模型为:

$$x^{(1)}(t+1) = \beta_1 x^{(1)}(t) + \beta_2 \quad (2.14)$$

(2) 利用最小二乘法估计离散 GM(1, 1)模型中的参数 β_1 和 β_2 , 得:

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \quad (2.15)$$

式中 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -x^{(1)}(1) & 1 \\ -x^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -x^{(1)}(n-1) & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{Y} = (x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n))^T$

(3) 根据 $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$, 可得离散 GM(1, 1)模型的递推函数为:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \beta_1^t \times x^{(0)}(1) + \frac{1-\beta_1^t}{1-\beta_1} \times \beta_2 \quad (t=1,2,\cdots,n-1) \quad (2.16)$$

将 β_1 和 β_2 的值代入离散 GM(1, 1)模型的递推函数就可以得到的 $\hat{x}^{(1)}(t+1)$ 估计值

(4) 进行累减还原:

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (t=1,2,3,\cdots,n-1) \quad (2.17)$$

2.6.4 实例应用

XX 装备修复性的维修任务均由 XX 军械维修保障中心负责, 所有备件维修和更换均通过该维修保障中心, 军械维修保障中心的数据可以客观准确地反映备件更换和损耗量情况。通过对 XX 武器装备的资料查阅, 可知 XX 装备损耗期的故障率。表 2-2 是近 6 年某装备在正常使用情况下损耗期的故障率, 从表中的数据可以看出, 故障率在损耗期呈现出明显的增加趋势, 下面利用上述的两种灰色理论模型对故障率进行预测, 其中 t 表示某装备的工作时间 (单位: 年), $\lambda(t)$ 表示故障率 (单位: 10^{-5} 次/h)。

表 2-2 装备损耗期的故障率

t	4	5	6	7	8	9
$\lambda(t)$	0.15	0.3342	0.6550	1.1158	1.5320	2.201

(1) 取前四组数据做模拟, 后面两组数据进行检验, 建立 GM(1, 1)模型, 则原始序列为 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4)) = (0.15, 0.3342, 0.6550, 1.1158)$, 将原始数据进行一次累加生成和紧邻均值生成后, 得到 B 和 Y 的值为:

$$B = \begin{bmatrix} -0.3171 & 1 \\ -0.8117 & 1 \\ -1.6971 & 1 \end{bmatrix}; Y = (0.3342, 0.6550, 1.1158)^T$$

利用 MATLAB 软件, 带入 B 和 Y 计算, 可以得到 a 和 b 的值为: $a = -0.420774$, $b = 0.24807$,

将 a 和 b 的值代入时间响应函数得到:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 0.73956e^{0.420774t} - 0.58956$$

利用上述公式累减还原得到 GM(1, 1)模型对原始序列的模拟值:

$$\hat{x}^{(0)}(t) = (0.1500, 0.3868, 0.5893, 0.8976)$$

(2) 取前四组数据做模拟, 后面两组数据进行检验, 建立离散 GM(1, 1)模型, 将原始数据进行一次累加生成后, 得到 B 和 Y 的值为:

$$B = \begin{bmatrix} -0.1500 & 1 \\ -0.4842 & 1 \\ -1.1392 & 1 \end{bmatrix}; Y = (0.4842, 1.1392, 2.255)^T$$

利用 MATLAB 软件, 带入 B 和 Y 计算, 可以得到 β_1 和 β_2 的值为: $\beta_1 = 1.532, \beta_2 = 0.314$

将 β_1 和 β_2 的值代入离散 GM(1, 1)模型的递推函数得到:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 1.532^t \times 0.15 - \frac{1-1.532^t}{0.532} \times 0.314$$

累减还原得到离散 GM(1, 1)对原始数据的模拟值:

$$\hat{X}^{(0)}(t) = (0.15, 0.3938, 0.6033, 1.2146)$$

(3) 检验其精度, 列出两种模型的误差检验表如表 2-3 所示。

表 2-3 模型误差检验表

年份	实际值	GM(1, 1)模型			离散 GM(1, 1)模型		
		预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)
8	1.5320	1.3671	10.76	8.075	1.4260	6.92	4.18
9	2.2010	2.0823	5.39		2.1693	1.44	

通过上述实例的平均相对误差的结果比较可知, 虽然两种方法都可以进行故障率的预测, 但是离散的灰色 GM(1, 1)模型较传统的灰色 GM(1, 1)模型对典型的故障率预测精度有所提高。

(4) 利用两种预测模型对故障率进行中长期预测。

下面利用离散的灰色 GM(1, 1)模型的递推函数和灰色 GM(1, 1)模型的时间响应函

数对后两年的故障率进行预测，并将预测的结果与实际值比较，计算的结果如表 2-4 所示。

表 2-4 故障率中长期预测表

年份	实际值	GM(1, 1)模型			离散 GM(1, 1)模型		
		预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)
5	0.3342	0.3868	15.74	15.11	0.3938	17.83	11.53
6	0.6550	0.5893	10.03		0.6033	7.89	
7	1.1158	0.8976	19.56		1.2146	8.86	

从模型的预测结果看，灰色模型只需要 4 组数据就可以对故障率进行中长期预测，体现了灰色理论在“少数数据”、“贫信息”、“不确定性”问题预测中的优势，并通过灰色 GM(1, 1)模型和离散的灰色 GM(1, 1)模型预测结果的比较和验证，可知离散的灰色 GM(1, 1)模型是装备故障率中长期预测的一种有效方法。

2.7 灰色线性回归组合模型的故障率预测

“浴盆曲线”将产品的寿命分为早期故障期、偶然故障期、耗损故障期 3 个阶段，但由于装备复杂程度和使用环境的不同，故障规律存在较大差别，因此，“浴盆曲线”并不适用于所有装备。近几年，美军对装备的故障率曲线作了大量的研究，总结出 6 种基本类型的故障率曲线，一般武器的故障率都可以用这 6 种曲线来描述，其基本类型的故障率曲线 $\lambda(t)$ 如图 2.6 所示。

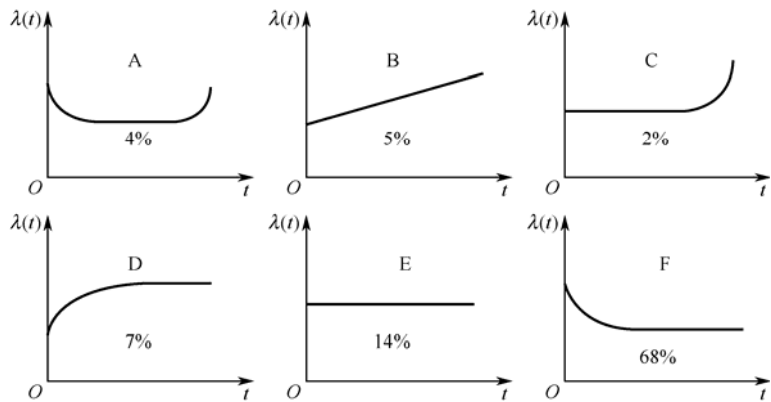


图 2.6 基本类型的故障率曲线

通过对上述的故障率曲线进行分析,发现故障率在不同的阶段基本服从于指数分布和线性分布,针对故障率原始数据比较少的问题,考虑利用灰色系统模型进行预测,但是灰色 GM(1, 1)模型是用指数函数来模拟生成数据的,一般只适用于呈指数变化的情况,难以描述序列数据的其他变化趋势。因此,为了预测既有线性趋势又有指数趋势的故障率,考虑用灰色线性回归组合模型来预测武器装备的故障率,可以改善 GM(1, 1)模型中没有线性因素以及线性回归模型中没有指数增长趋势的不足。用线性回归方程和指数方程的和来拟合故障率曲线,就能充分发挥灰色系统少数数据建模和回归模型因素相关的优势,提高预测精度。

2.7.1 灰色线性回归组合模型

(1) 用线性回归方程及 GM(1, 1)模型的时间响应函数的和来拟合累加生成序列 $x^{(1)}(t)$, 因此可将生成序列写成:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = C_1 e^{\nu t} + C_2 t + C_3 \quad (2.18)$$

式中, ν 及 C_1, C_2, C_3 为待定参数。

(2) 为了确定以上参数, 设参数序列为:

$$\begin{aligned} Z(t) &= \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \\ &= C_1 \exp[\nu(t+1)] + C_2(t+1) + C_3 - C_1 \exp(\nu t) - C_2 t - C_3 \\ &= C_1 \exp(\nu t)[\exp(\nu) - 1] + C_2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

式中, $t = 1, 2, \dots, n-1$

(3) 设 $Y_m(t) = Z(t+m) - Z(t)$

$$\text{则} \quad Y_m(t) = C_1 \exp(\nu t)[\exp(\nu_m) - 1][\exp(\nu) - 1] \quad (2.20)$$

$$Y_m(t+1) = C_1 \exp[(\nu(t+1))][\exp(\nu_m) - 1][\exp(\nu) - 1]$$

式中, $m = 1, 2, \dots, n-3; t = 1, 2, \dots, n-m-2$

将上面两式相比得到 ν 的解为:

$$\nu = \ln[Y_m(t+1)/Y_m(t)] \quad (2.21)$$

(4) 将公式(2.18)中的 $\hat{x}^{(1)}$ 换成 $x^{(1)}$, 可以得到 ν 的近似解 $\tilde{\nu}$, 取不同的 m 值可以得到不同 $\tilde{\nu}$, 以它们的平均值作为 ν 的估值。

(5) 计算 $\tilde{\nu}_m(t)$:

$$\tilde{\nu}_{(m)}(t) = \ln[Y_m(t+1)/Y_m(t)] \quad (2.22)$$

$\tilde{\nu}$ 的个数为 $= (n-2)(n-3)/2$, 可以得到 $\hat{\nu}$ 值:

$$\hat{\nu} = \frac{\sum_{m=1}^{n-3} \sum_{t=1}^{n-m-2} \tilde{\nu}_m(t)}{(n-2)(n-3)/2} \quad (2.23)$$

(6) 令 $L(t) = e^{\frac{\Lambda}{\nu}t}$, 则 $\hat{x}^{(1)}(t) = C_1 L(t) + C_2 t + C_3$

(7) 利用最小二乘法解得:

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T X^{(1)}$$

$$\text{式中 } A = \begin{bmatrix} L(1) & 1 & 1 \\ L(2) & 2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L(n) & n & 1 \end{bmatrix}; \quad X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))^T$$

可得到生成序列的预测值为:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = C_1 e^{\frac{\Lambda}{\nu}t} + C_2 t + C_3 \quad (2.24)$$

从式(2.24)可以看出, 若 $C_1 = 0$, 则式(2.24)的生产序列为线性回归模型, 若 $C_2 = 0$, 则式(2.24)的累加生成序列为GM(1, 1)模型, 则组合模型使原线性回归模型中不含指数增长趋势及GM(1, 1)模型中不含线性因素的情形得以改善。

(8) 进行累减还原

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (k=1,2,3,\cdots,n) \quad (2.25)$$

2.7.2 实例应用

通过对 XX 武器装备的资料查阅, 可知 XX 武器装备的故障率。表 2-5 是近 9 年某装备在正常使用情况下的故障率, 从表中的数据可以看出, 装备的故障率随使用年限的增加呈现出的增加趋势, 但有明显的波动性, 下面利用灰色线性回归组合模型对故障率进行预测, 其中 t 表示某武器装备的工作时间 (单位: 年), $\lambda(t)$ 表示某武器装备的故障率 (单位: 10^{-6} 次/h)。

表 2-5 武器装备的故障率

装备使用年份 (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
装备故障率 $\lambda(t)$	3.5	3.6	3.9	4	4.1	4.3	4.7	5.4	5.9

1) 线性回归模型预测

利用表 2-5 给出的数据, 用最小二乘法解得线性回归方程的参数 a 和 b 的值为: $a = 0.286$; $b = 2.938$, 得到线性回归方程为:

$$X(t) = 0.286t + 2.938$$

可以得到预测值: $X^{(0)} = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6), x^{(0)}(7), x^{(0)}(8), x^{(0)}(9))$
 $= (3.51, 3.80, 4.08, 4.37, 4.65, 4.94, 5.23, 5.51)$

2) 灰色模型预测

取表 2-5 中的数据做模拟, 建立 GM(1, 1)模型, 则原始序列为:

$X^{(0)} = (3.5, 3.6, 3.9, 4, 4.1, 4.3, 4.7, 5.4, 5.9)$, 将原始数据进行一次累加生成和紧邻均值生成后, 得到 B 和 Y 的值为:

$$B = \begin{bmatrix} -5.3 & -9.05 & -13 & -17.05 & -21.25 & -25.75 & -30.8 & -36.45 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$Y = (3.6, 3.9, 4, 4.1, 4.3, 4.7, 5.4, 5.9)^T$$

利用 MATLAB 软件, 带入 B 和 Y 计算, 可以得到 a 和 b 的值为: $a = -0.078, b = 2.7596$, 将 a 和 b 的值代入 GM(1, 1) 模型时间响应函数得到:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 38.88e^{0.078t} - 35.38$$

累减还原得到 GM(1, 1) 模型对原始序列的模拟值:

$$\tilde{X}^{(0)}(t) = (3.41, 3.69, 3.99, 4.31, 4.67, 5.04, 5.45, 5.89)$$

3) 灰色线性回归组合模型预测

根据表 2.5 中的数据建立灰色线性回归组合模型, 利用式 (2.19) ~ 式 (2.23), 同时借助 MATLAB 软件来计算 \hat{V} 的值为:

$$\hat{V} = \frac{\sum_{m=1}^{n-3} \sum_{t=1}^{n-m-2} \tilde{V}_m(t)}{(n-2)(n-3)/2} = 0.208$$

根据公式 (2.18), 则可以得到灰色线性回归组合模型为:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = C_1 e^{\hat{V}t} + C_2 t + C_3 = C_1 e^{0.208t} + C_2 t + C_3$$

利用 METLAB 软件的矩阵运算工具得到参数 C 的值:

$$C_1 = 2.33, C_2 = 2.93, C_3 = -2.23$$

即得到灰色线性回归组合模型为:

$$\hat{x}^{(1)}(t) = 2.33e^{0.208t} + 2.93t - 2.23$$

可得到灰色线性回归组合模型的预测值为:

$$\tilde{X}^{(0)}(t) = (3.59, 3.85, 3.97, 4.14, 4.43, 4.74, 5.44, 5.88)$$

4) 误差检验及拟合分析

对三种模型的预测值和实际值进行拟合, 拟合图如图 2.7 所示。

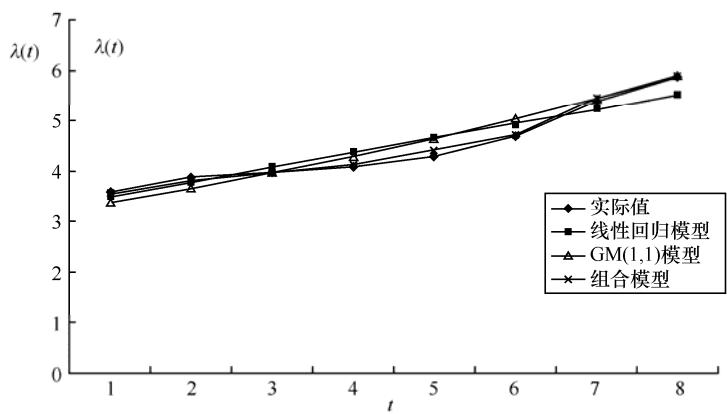


图 2.7 预测值和实际值的拟合图

检验三种模型的预测精度，列出模型的误差检验表如表 2-6 所示。

表 2-6 模型误差检验表

年份	实际值	线性回归模型		GM(1,1)模型		灰色线性回归 组合模型	
		预测值	相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)
2	3.6	3.51	2.5	3.41	5.28	3.59	0.28
3	3.9	3.80	2.56	3.69	5.38	3.85	1.28
4	4	4.08	2	3.99	0.25	3.97	0.75
5	4.1	4.37	6.6	4.31	5.1	4.14	1
6	4.3	4.65	8.1	4.67	8.6	4.43	3
7	4.7	4.94	5.1	5.04	7.2	4.74	0.9
8	5.4	5.23	3.15	5.45	0.9	5.44	0.7
9	5.9	5.51	6.61	5.89	0.17	5.88	0.34
平均相对误差 (%)		4.58		4.11		1.03	

通过上述实例平均相对误差的结果比较，与实际值和预测值的拟合情况进行分析可知，虽然三种模型都可以进行故障率的预测，但是通过结果比较和分析，在本质上为组合模型的灰色线性回归组合模型，用线性回归方程和指数方程的和来拟合故障率曲线，能充分发挥灰色系统少数据建模和回归模型因素相关的优势，能够综合线性和指数等多种信息，而且不要求数据有典型的分布规律，所以在装备故障率预测的精度上，灰色线性回归组合模型优于单一的灰色模型和线性回归模型，其对于装备故障率预测具有一定的实用性。有了对故障率的准确预测，就可以有效地指导备件储存，

在降低维修保障费用,提高战备完好率和任务成功率及避免因故障造成巨大损失等方面具有重大意义。

2.8 本章小结

本章对故障分布和故障率函数进行概述,总结说明目前比较成熟的故障率预测方法是基于可靠性为基础的估计方法,但是这种方法要依赖于大量的统计数据,并且参数的估计过于麻烦,针对这种情况,提出了利用威布尔分布来拟合和估计故障率。同时为了解决在“少数据、贫信息”的情况对故障率的预测,提出了利用灰色理论对故障率进行预测,给出了典型的故障率曲线下基于离散 GM(1, 1)模型的故障率预测的方法,和非典型故障率曲线下的基于灰色线性回归组合模型的故障率预测方法。

第3章 武器装备预防性维修间隔期的确定



设备的维修管理方式经历了从事后维修、预防维修到状态维修的发展，其中，预防性维修始终占据着设备维修方式的主要地位，这是因为一个好的预防维修计划能降低设备的突发故障，提高设备的可用度，减少生产计划因设备故障而受到干扰的情况发生，提高企业的生产率。因此，国内外学者应用很多方法对设备的预防维修问题进行了研究，而开展预防性维修的首要前提是合理确定设备的预防性维修周期，由于设备故障是随机的、动态的，故障原因中含有许多不确定因素，预防性维修周期的确定具有一定的理论难度。

预防性维修周期是指两次预防性维修之间的工作间隔时间。对具有安全性或使用性后果的故障，间隔期过长则不足以保证所需设备的安全性或使用性要求，过短又不经济；对具有经济后果的故障，维修间隔期过长或过短，都不利于经济性。因此，恰当地确定预防性维修间隔期将直接影响到设备使用的安全性和经济性。在实际生产中，企业确定设备的预防维修间隔周期主要依据设备生产厂家的说明书，因此，维修不足和维修过剩是企业进行设备预防维修时比较突出的两个问题。新设备在投入使用以前，由于信息不足，难以恰当地确定其维修间隔期。因此一般开始都定得保守一些，在设备投入使用后，随着信息的积累再修正延长。本节将对设备预防性维修间隔期的确定进行研究。

3.1 典型的预防性维修策略

设备的维修可分为两种类型：预防性维修（Preventive Maintenance）和修复性维修（Corrective Maintenance）。预防性维修是为防止设备性能退化、避免产生故障，按事先规定的计划或目标进行的维修，通常又叫做事先维修。修复性维修是在设备发生故障后，为使其恢复规定功能而进行的维修，通常又称为事后维修或故障维修。预防

维修的开始时刻是计划安排的，或事先知道的，可以充分利用非工作时间，使停机损失降到最低限度，造成的损失会比较小；修复性维修开始的时刻是随机的，事先不知道，无法控制，给工作造成的损失往往较大。

预防性维修可分为以下两种。

P_1 ：简单的预防维修（Simple Preventive Maintenance）。维修后将系统的失效率曲线降低到某一新点，但没有降低到零。维修后系统的状态处于“good as new”和“bad as old”之间。

P_2 ：预防更换（Preventive Replacement）。更换后将系统的工作时间恢复到零，失效率曲线为新系统的失效率。

修复性维修可分为以下两种。

C_1 ：故障小修。小修后将系统的失效率恢复到失效前，修理过程对系统的工作时间毫无影响。

C_2 ：更换（故障大修）。同 P_2 行为一样，更换后将系统的工作时间恢复到零，失效率曲线为一新系统的。

图 3.1 所示为设备故障率随上述各维修类型的变化情况曲线：

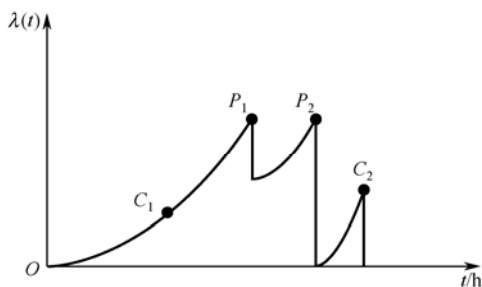


图 3.1 设备故障率随维修类型的变化情况

不论哪种维修都需一定的时间，在此时间内系统不能工作，称这段时间为停机时间。虽然两类维修都有不能工作时间，但其性质和影响不同。

预防维修的开始时刻是计划安排的，或事先知道的，可以充分利用非工作时间，

使停机损失降到最低限度，造成的损失会比较小；修复性维修开始的时刻是随机的，事先不知道，无法控制，给工作造成的损失往往较大。尤其是对于军事系统，甚至会影响战斗力和贻误战机。许多实际系统在使用过程中，往往由于维修性问题考虑不周而使维修费用大大超过系统本身费用的很多倍，特别是系统突发性故障，常常会造成巨大的经济损失，有时会招致灾难性的后果。因而，在故障前进行预防性维修是一个极为重要的维修策略。下面给出几种典型的预防性维修策略。

3.1.1 生产设备定龄维修策略

Barlow 和 Hunter 对定龄更换策略（Age Replacement Policy）进行了早期的研究，提出设备总是在达到它的役龄 T 或发生故障时被更换，其中 T 是常量。定龄维修策略是指当设备无故障运行到预防性维修周期 T 时，就对其进行预防性维修。如果设备在小于周期 T 的工作时间里发生故障，则立刻对其进行修复性维修，以设备重新投入工作的时刻为起点，开始重新计算预防性维修周期，此后，预防性维修安排一直按照上述的方式进行。维修策略模型如图 3.2 所示。

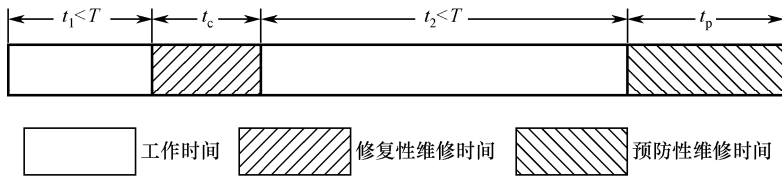


图 3.2 生产设备定龄维修策略

定龄更换策略是许多维修策略的基础，适用于修理费用昂贵、修理过程危险或困难的设备系统。

3.1.2 生产设备周期维修策略

严格按照固定的预防性维修周期 T 进行预防性维修。即在一个预防性维修周期 T 内，无论设备是否进行修复性维修，只要设备累计工作时间达到周期 T 时，就进行一次预防性维修。维修策略模型如图 3.3 所示。

成批更换策略（Block Replacement Policy）指设备按所经历的日历时间进行定时

更换, 即每经过等间隔时间 kT 就进行周期预防更换。

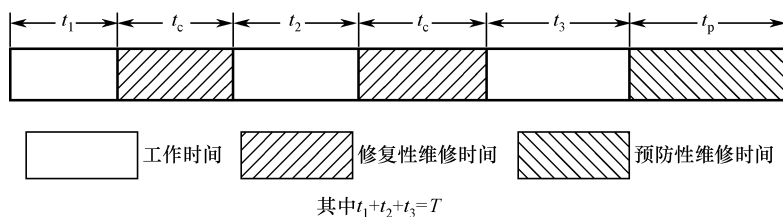


图 3.3 设备周期维修策略

如果设备在工作期间内发生故障则进行故障后更换, 并且任何故障后更换都不影响周期预防更换计划。成批更换策略虽然针对的是单设备系统, 但常被应用于系统的成组更换, 适用于价格较低、寿命分布偏差较小且数量较大的零部件。相对于定龄更换策略而言, 成批更换策略由于其不需要记录设备的工作时间, 易于在工程实践中施行, 但存在着一定设备寿命的浪费。

考虑到小修和非完备维修, 成批更换策略扩展出许多的等周期预防性维修策略。Canfield 指出, 系统操作时产生的应力使得系统发生衰退现象, 而预防性维修则可以用来减缓系统的衰退过程并延长系统的年龄。系统经过维修后, 失效率可以恢复至较年轻时的状态或是某一特定水平。Canfield 用迭代程序搜索最佳的预防性维修时间间隔以使系统运作平均成本最小化。Park 等考虑对可维修系统进行周期预防性维修以及失效发生时进行小修活动。他们假设实施预防性维修后可暂时减少应力, 从而降低系统衰退的速度。Tsai 等提出了具有失效部件系统的等周期预防性维修策略, 并提出了两类预防性维修方式。第一类预防性维修方式是简单修理, 根据由定量评估方法算出的改进因子, 可以使退化的部件功能恢复到一定的水平。第二类预防性维修是更新设备。Tsai 等研究了以可用度为中心的等周期预防性维修策略。预防性维修的方式分为三种, 分别是更新, 修理和保养。预防性维修期间的突发故障用小修处理。Grigoriev 等研究了特定时间段 T 内使总的维修费用和设备运行费用最小的定周期维修计划。Lim 等研究了使可维修系统的等周期预防性维修策略。系统发生的突发故障, 用小修处理。

预防性维修能减少系统的故障率, 但并不改变系统故障模式。经过 N 次期望维修费用最小的 N 值和预防性维修的时间间隔。Lim 的模型旨在找出使系统单位时间预防

性维修后，系统更换为一个全新的系统。

3.1.3 设备综合维修策略

若系统在运行的过程中，两个相邻的预防性维修周期内，在一个预防性维修周期中没有较严重的故障发生，则达到 T 时刻就进行预防性维修，并对预防性维修周期内出现的故障进行小修；如果在预防性维修周期内有较严重故障出现，则进行修复性维修，使系统修复如新，此时系统的预防维修周期开始重新计算，其维修策略模型见图 3.4。

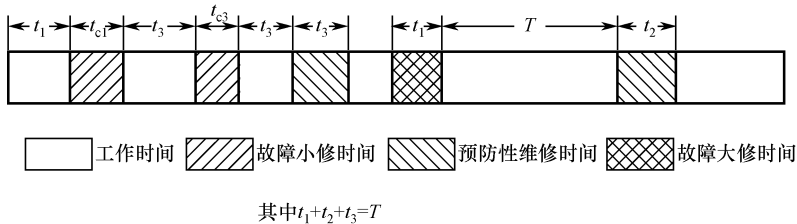


图 3.4 设备综合维修策略

开展机器设备的预防性维修，合理确定设备的预防性维修周期是首要前提，但由于设备故障是动态的、随机的，所以怎样合理确定预防性维修间隔期是预防性维修中较难解决的问题。国内外的诸多学者也在这方面进行了大量的研究工作，国内的很多学者利用役龄回退因子来对预防性维修间隔期进行确定；应用遗传算法对预防维修间隔期进行优化；用成组维修理论对复杂系统维修策略进行优化等。国内学者研究的这些理论，为优化维修间隔期提供了有力的依据，但相对比较复杂，在实际的应用中并不理想。近 10 年来，欧美学者开始研究时间延迟（Delay Time）维修理论来确定预防性维修间隔期。下面介绍以可靠性理论为中心对预防性维修间隔期的研究方法，给出两种典型的预防性维修间隔期的确定方法。

3.2 典型的预防性维修间隔期的确定方法

3.2.1 以可用度最大为目标确定维修间隔期

可用度是指产品在任一随机时刻需要和开始执行任务时，处于可工作或可使用状

态的概率, 用 A 表示。可用度综合反映了系统的可靠性和维修性水平。可用度最大原则是指在系统的可用度最大情况下确定预防性维修间隔期。

常用的可用度包括固有可用度 A_i , 可达可用度 A_a , 使用可用度 A_o 。固有可用度仅考虑产品固有的可靠性和维修性, 未考虑预防性维修时间以及管理、供应等时间, 因而数值最大, 它只能用于设计而不能用于评价实际使用条件下系统的可用性; 可达可用度比固有可用度多考虑了预防性维修时间, 因而其数值比固有可用度小, 且与预防性维修方针有关; 使用可用度考虑了一切实际使用条件下的时间因素, 因而其数值最小, 它只能用于场外评估。本书采用可达可用度 A_a 进行研究。

设某个武器装备系统的平均故障后维修时间为 t_f , 平均的预防性维修时间为 t_p , 其工作时序图如图 3.5 所示。

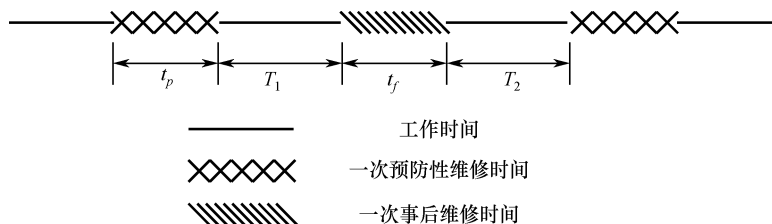


图 3.5 修复性维修时序图

如果武器装备系统的故障率 $\lambda(t)$ 能够确定或者是能被准确预测, 则在工作周期 T 内该系统处于故障时间的比例为 $\int_0^T \lambda(t)dt$, 每个维修周期内平均不能工作的时间 $MTTR = t_p + t_f \int_0^T \lambda(t)dt$, 平均能工作的时间为 $MTTR = T = T_1 + T_2$, 因此, 该系统的稳态可用度为:

$$A = \frac{T}{t_p + t_f \int_0^T \lambda(t)dt + T} \quad (3.1)$$

要想得到最大可用度, 对上面公式中的 A 对 T 求导, 令其为 0, 就可以得到 A 的最大值, 同时也能求出预防性维修间隔期 T 的值, 推导如下:

$$A \left[t_p + t_f \int_0^T \lambda(t)dt + T \right] = T$$

$$\text{求导} \quad \frac{dA}{dT} = \frac{\left\{ 1 - A \left[t_f \lambda(T) dt + 1 \right] \right\}}{\left\{ t_p + t_f \int_0^T \lambda(t) dt + T \right\}} = 0$$

$$\text{则} \quad 1 - A \left[t_f \lambda(T) dt + 1 \right] = 0$$

$$\text{整理后得到:} \quad T \lambda(T) - \int_0^T \lambda(t) dt = \frac{t_p}{t_f} \quad (3.2)$$

系统在已知 t_p 、 t_f 和 $\lambda(t)$ 的情况下就可以求出预防性维修间隔期 T 。采用该模型能够得到在最大期望可用度条件下的维修间隔期，进而优化该故障类型产品的维修决策，使得在该维修间隔期的平均可用度达到最大。因此该模型提出的在完善检测条件下检测间隔期的确定方法，对于预防性维修分析决策具有很好的辅助作用。

在稳态可用度最大条件下计算的预防性维修间隔期，是在假定系统的工作时间、维修时间、维修的延迟时间以及故障率函数都已知的情况下求得的，但是很多系统的工作时间、维修时间、维修的延迟时间以及故障率函数并不一定都能知道，因此，这种理论上的方法虽然可行，但是要求的条件很苛刻，所以受到一定的限制。下面我们介绍另外一种维修间隔期的确定方法，以平均费用最低为目标确定维修间隔期。

3.2.2 以平均费用最低为目标确定维修间隔期

进行的定期预防性维修是否经济有效取决于是否能正确确定预防性维修周期，预防性维修周期越短，设备出现故障停机的概率就越小，则设备所产生的效益越多，但同时也会造成预防性维修费用的增加。如果预防性维修周期过长，则预防性维修费用较少，但设备出现故障的概率就会增加，同时故障费用也会增大，预防性维修频率与维修总费用的关系如图 3.6 所示。这样，我们就要寻找一个预防性维修周期的最佳点，使得在维修间隔期内的总平均费用最低。

总平均费用是指装备在寿命周期内为保持装备正常工作而进行维护、修理所消耗的全部资源的货币形式。总平均费用可分为预防性维修费用和事后修理费用。预防性维修费用是指间隔期预防性的检察、维护、修理费；事后修理费用是指突发事故情况

下的修理费用。总平均费用最小原则是指在总平均费用最小情况下确定预防性维修间隔期。下面我们进行最佳预防性维修间隔期的推导。

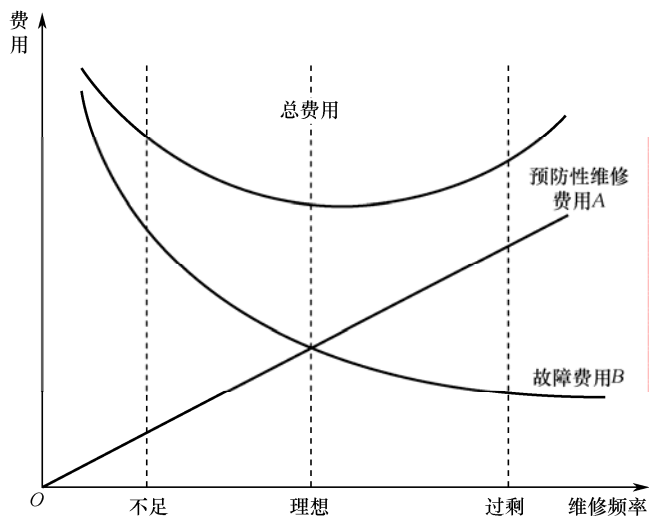


图 3.6 预防性维修频率与费用的关系

设在周期 T 内，进行预防性维修的概率为 $R(T)$ ，进行修复性维修的概率为 $[1-R(T)]$ ，进行一次性预防性维修的费用为 C_p ，故障后的维修费用为 C_f ，得到预防性维修间隔期的总费用为：

$$C(T) = C_p R(T) + C_f [1 - R(T)] \quad (3.3)$$

在每个周期内平均能工作的时间为：

$$\bar{T} = \int_0^T R(t) dt$$

则在单位时间维修总费用为：

$$\frac{C(T)}{\bar{T}} = \frac{C_p R(T) + C_f [1 - R(T)]}{\int_0^T R(t) dt}$$

对等号右侧的式子对 T 求导，并令其为 0，可得：

$$[C_p - C_f] R'(T) \int_0^T R(t) dt = R(T) \{C_p + [C_f + C_p] [1 - R(T)]\}$$

整理后得：

$$\frac{C_p}{C_f - C_p} = \lambda(t) \int_0^T R(t) dt - [1 - R(T)] \quad (3.4)$$

如果知道式 (3.4) 中的故障率函数 $\lambda(t)$ 和预防性维修的概率为 $R(T)$ 以及 C_p 和 C_f , 就可以求出最佳预防性维修间隔期, 从上面的推导可以看出, 这种方法要求的条件也是比较高, 所以下面本书给出两种预防性维修间隔期的确定方法, 这两种方法, 主要是通过对武器装备的故障间隔期的预测来确定预防性维修间隔期。一种是基于灰色马尔可夫模型的装备故障间隔期预测模型, 另外一种是基于有效度原理的灰色线性回归模型的故障间隔期预测模型, 这两种模型在预测武器装备故障间隔期方面, 都能收到很好的效果, 同时也为预防性维修周期的确定提供科学的依据。

1) 基于“平均费用最小”原则计算预防性维修间隔期

按总费用最小原则计算结果见表 3-1, 根据结果可以得出维修费用 $C-t$ 曲线, 如图 3.7 所示。费用 C 值的最低点位于 $t_2=5\ 000\text{ h}$ 处, 所以按总费用最小原则确定预防性维修间隔期 T_1 为 $5\ 000\text{ h}$ 。

表 3-1 维修费用 C 计算数据

t/kh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\int_0^T R(t) dt$		995	1975	2910	3795	4640	5425	6150	6805	7385	7865
$C_p R(t)$		99	97	90	87	82	75	70	61	55	41
$[1 - R(t)]C_f$		10	30	100	130	180	250	300	390	450	590
C		109	64.3	65.2	57.1	57.1	59.9	60.1	66.3	68.4	80.2

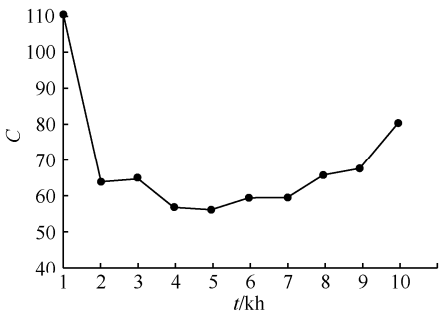


图 3.7 费用 C —时间曲线

2) 基于“可用度最大”原则计算预防性维修间隔期

按可用度最大原则计算结果如表 3-2, 根据结果可以得出维修系数 $\alpha-t$ 曲线, 如图 3.8 所示。维修系数 α 值的最小处即为可用度的最大处, 维修系数值的最低点位于 $t_2=7\,000\text{ h}$ 处, 所以按可用度最大原则确定预防性维修间隔期 T 为 7000h 。

表 3-2 部件维修系数 α 计算数据

t/kh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\int_0^T R(t)dt$		995	1975	2910	3795	4640	5425	6150	6805	7385	7865
$R(t)T_p$		0.495	0.485	0.45	0.435	0.41	0.375	0.35	0.305	0.275	0.205
$[1-R(t)]T_f$		0.02	0.06	0.20	0.26	0.36	0.5	0.6	0.78	0.9	1.18
$\alpha \times 10^3$		0.517	0.275	0.223	0.183	0.165	0.161	0.154	0.159	0.160	0.176

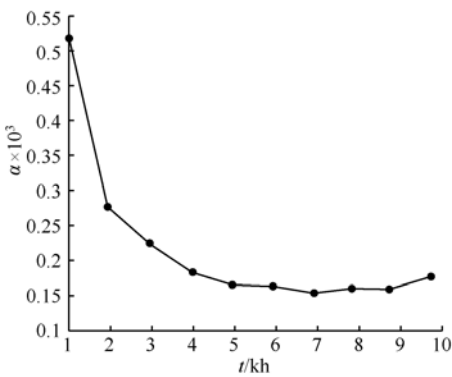


图 3.8 维修系数 $\alpha-t$ 曲线

3) 实例应用

结合以上两种模型和部队实际维修工作的历史数据, 以新型自行高炮随动系统某部件为例, 计算其预防性维修间隔期。平均维修时间 $T_f=2\text{h}$, $T_p / T_f=0.25$ 。事后修复平均费用 $C_f=1000$ 元, $C_p / C_f=0.1$, 表 3-3 是根据历史数据得出的部件可靠度。

表 3-3 部件可靠度统计表

T/kh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R(t)$	1	0.99	0.97	0.90	0.87	0.82	0.75	0.70	0.61	0.55	0.41

根据表 3-1 的数据绘制的可靠度曲线, 如图 3.9 所示。

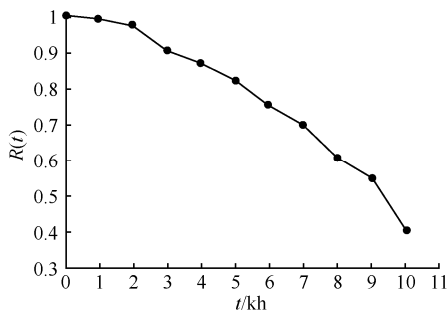


图 3.9 部件可靠度曲线

3.3 灰色马尔可夫模型的装备故障间隔期预测

武器装备在运行过程中, 由于生存环境特殊性和设备本身老化以及不同操作者等因素的影响, 使用过程中发生故障在所难免。又由于现代武器装备系统日趋复杂, 使其表现出的故障规律也极其复杂。那么对于装备保障而言, 如何利用武器装备有限的故障数据样本来准确预测故障时间就成为故障预测的难点, 故障时间的准确预测可以为装备保障人员拟订预防性维修间隔期和精确维修保障计划提供依据, 进而掌握维修的主动权, 使武器装备的使用效能充分发挥, 对提高部队的战斗力水平和战备完好率及避免装备故障造成损失等方面具有重大意义。

3.3.1 在 GM(1, 1)模型基础上建立灰色-马尔可夫模型

灰色-马尔可夫组合模型的基本思路是首先建立 GM(1, 1)灰色预测模型, 得到预测序列, 然后用预测序列和实际序列的相对差序列来进行状态空间的划分, 通过原始数据序列落入各状态的点计算出转移概率矩阵, 根据状态转移概率矩阵对未来的变化趋势进行估计, 找到预测值的区间, 并依照预测区间对 GM(1, 1)模型预测的结果进行修正, 增加预测的可信度。

1) 状态划分

根据灰色 GM(1, 1)模型求出其预测值 $\hat{x}^{(0)}(k)$, $k=1, 2, \dots, n$ 。 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 曲线较好地反映了原始数据列的总体变化趋势, 以趋势曲线 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为基准, 划分成与趋势曲线

平行的若干条形区域,每一区域构成了一个状态,这样就将一个符合马尔可夫链特点的非平稳的随机序列 $x^{(0)}(k)$ 划分为 n 个状态,任一状态 $\otimes_i = [\tilde{\otimes}_{1i}, \tilde{\otimes}_{2i}]$, $\tilde{\otimes}_{1i} = \hat{x}^{(0)}(k) + A_i$, $\tilde{\otimes}_{2i} = \hat{x}^{(0)}(k) + B_i$, 由于 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 是 k 的函数,因而灰元 $\tilde{\otimes}_{1i}, \tilde{\otimes}_{2i}$ 也随序列变化。条形区域的上限 A_i 为 $\max [x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)]$, 条形区域的下限 B_i 为 $\max[\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)]$ 。

2) 计算状态转移概率矩阵

状态转移概率为:

$$P_{ij}(m) = \frac{M_{ij}(m)}{M_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

式中, M_i 为系统处于状态 \otimes_i 的原始数据样本数; $M_{ij}(m)$ 为状态 \otimes_i 经 m 步转移到状态 \otimes_j 的原始数据样本数。在解决实际问题的应用过程中,一般只需计算一步转移概率矩阵 $P(1)$ 即可。

3) 得到预测值

若通过计算得知系统处于 \otimes_k 状态,则预测值为:

$$\hat{y}(k) = \hat{x}^{(0)}(k) + \frac{A_i + B_i}{2} \quad (3.6)$$

4) 误差检验

$$\text{残差为 } \varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), \text{ 相对误差为 } \eta = \frac{|\varepsilon(k)|}{x^{(0)}(k)}。 \quad (3.7)$$

3.3.2 实例应用

导弹上电子设备是导弹的重要组成部分,其性能的可靠性直接影响到任务的完成情况,因此导弹电子设备的故障预测就显得尤为重要。导弹上电子设备的故障率 $\lambda(t)$ 随时间 t 的变化趋势属于典型的“浴盆曲线”。通过对典型的故障率曲线进行分析,发现在元件的偶然故障期,故障率接近于常数,故障发生的时间具有随机波动性,因此预测难度相对较高,通常采用自回归-移动平均模型和指数平滑模型来预测故障发生的时间,

但这几种方法预测精度低、对数据的要求也比较高。针对电子设备是典型的小子样和贫信息的特点,考虑选用灰色模型来进行故障间隔期的预测。灰色 GM(1, 1)模型对服从指数分布的序列进行预测具有一定的优势,但对随机波动序列进行预测就不能保证其精确,很难取得满意的效果。因此,我们提出了在灰色 GM(1, 1)模型的基础上建立灰色马尔可夫组合模型,进行故障间隔期的预测,灰色马尔可夫组合模型对兼具趋势性和波动性的非平稳随机序列具有很好的拟合效果,能更好地表达其变化规律,为故障间隔期的预测提供了一种新的途径和方法,有望实现导弹电子设备故障间隔期的中长期预测。

下面以 XX 型导弹雷达导引头故障时间为例,应用灰色-马尔可夫组合模型对其故障间隔期进行预测,并对组合模型的预测值和真实值进行拟合,并对误差进行分析。经试验测得 XX 型导弹雷达导引头的故障时间依次为:

{8968, 15016, 22832, 31120, 36432, 42192, 49824, 53472, 59168, 64084}h

利用导引头故障间隔期的频数为横轴,以其发生的间隔期为纵轴,以故障发生的间隔期为原始序列进行建模,利用灰色马尔可夫模型来预测故障的间隔时间。

1. 利用 GM(1, 1)来预测故障间隔期

利用故障时间的数据依次做差,计算出故障间隔期为 $x^{(0)}(k) = \{6048, 7816, 8288, 5312, 5760, 7632, 3648, 5696, 4916\}$,以故障间隔期作为原始数据建立 GM(1, 1)预测模型,利用 MATLAB 软件,代入 B 和 Y 的值进行计算,可以得到 a 和 b 的值为:

$a=0.072427$, $b=8516.892$,从而得到 GM(1, 1)模型的时间响应函数为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{8516.892}{0.072427} \right) e^{-0.072427k} + \frac{8516.892}{0.072427} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n)$$

进行累减还原得到 GM(1, 1)灰色模型的故障间隔时间的预测值:

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (7793.2, 7248.7, 6742.3, 6271.2, 5833.1, 5425.6, 5046.5, 4693.9)$$

$$(k=2, 3, \dots, 9)$$

通过 GM(1, 1)模型的预测,可以得到 GM(1, 1)模拟值和实际值的拟合图如图 3.10 所示,可以看出此电子设备的故障间隔期呈下降趋势,也就是故障间隔时间越来越短,也符

合装备使用的实际情况。

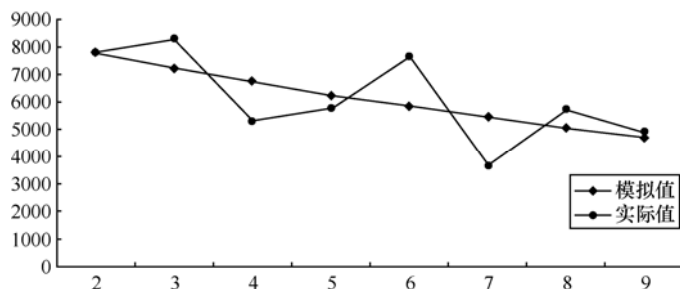


图 3.10 GM(1, 1)模拟值和实际值的拟合图

2. 利用灰色马尔可夫模型来预测故障间隔期

1) 状态划分

根据导弹雷达导引头故障间隔时间的实际数据和 GM(1, 1)的模拟值, 可划分为如下三个状态区间。

$$(1) \textcircled{1}: \tilde{\otimes}_{11} = \hat{x}^{(0)}(k) - 700, \quad \tilde{\otimes}_{21} = \hat{x}^{(0)}(k) + 1000$$

$$(2) \textcircled{2}: \tilde{\otimes}_{12} = \hat{x}^{(0)}(k) + 1000, \quad \tilde{\otimes}_{22} = \hat{x}^{(0)}(k) + 1800$$

$$(3) \textcircled{3}: \tilde{\otimes}_{13} = \hat{x}^{(0)}(k) - 1800, \quad \tilde{\otimes}_{23} = \hat{x}^{(0)}(k) - 700$$

2) 故障间隔期预测

在状态区间划分完毕后, 可知图 (3.10) 的 8 个点中, 有 4 个点位于第一灰区间, 有 2 个点位于第二灰区间, 有 2 个点位于第三灰区间, 然后利用公式 (3.6), 在 GM(1, 1)灰色模型的故障间隔期预测值的基础上得到灰色马尔可夫的预测值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (7943.2, 8648.7, 5492.3, 6421.2, 7233.1, 4175.6, 5196.5, 4843.9)$$

3) 模型的误差分析

将灰色 GM(1, 1)的预测值和灰色马尔可夫模型的预测值进行误差分析, 结果见表 3-4。

表 3-4 误差分析表

序号	实际值	GM(1, 1)模型			灰色马尔可夫模型		
		预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)	平均相对误差 (%)
1	7816	7793.2	0.29	17.1	7943.2	1.63	6.3
2	8288	7248.7	12.54		8648.7	4.35	
3	5312	6742.3	26.93		5492.3	3.39	
4	5760	6271.2	8.88		6421.2	11.48	
5	7632	5833.1	23.57		7233.1	5.23	
6	3648	5425.6	48.73		4175.6	14.46	
7	5696	5046.5	11.40		5196.5	8.77	
8	4916	4693.9	4.52		4843.9	1.47	

根据上表的数据可知，GM(1, 1)模型的平均相对误差为 17.1%，灰色马尔可夫模型平均相对误差为 6.3%。可见，灰色马尔可夫组合模型的预测值和实际值的误差较小，说明组合模型对于电子设备故障间隔期具有良好的预测能力。两种预测模型的预测值和实际值的拟合图如图 3.11 所示。

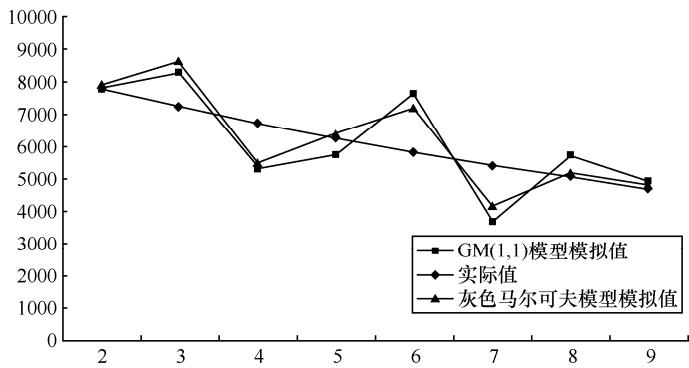


图 3.11 GM(1, 1)模型和灰色马尔可夫模型的模拟值和实际值的拟合图

3. 利用灰色马尔可夫模型对故障间隔期进行中长期预测

1) 确定状态转移概率矩阵

图 3.11 共有 8 个数据点，由于最后一个点转移的方向不明，因此，这里只考虑前 7 个点。根据实际数据的情况和状态划分情况，共有 3 个点处于第一状态，其中有 2 个点处于第二状态，有 2 个点处于第三状态，故可以确定一步状态转移率矩阵 $P(1)$ 为：

$$P(1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2) 预测下次故障间隔期

根据灰区间划分情况可知,第9次的故障间隔期位于第一灰区间,则通过一步转移概率矩阵 $P(1)$ 可知,经一步转移后,第10次的故障间隔期最有可能位于第二灰区间,利用 GM(1, 1) 灰色模型时间响应函数可知:

$$\hat{x}^{(0)}(10) = 4365.9$$

则利用灰色马尔可夫模型故障间隔期的预测公式(3.6),可以计算得到第10次的故障间隔期为:

$$\hat{y}(k) = \hat{x}^{(0)}(k) + \frac{A_i + B_i}{2} = 4365.9 + (1000 + 1800)/2 = 5765.9\text{h}$$

通过模拟值和实际值的拟合,表明在“少数据”、“贫信息”、“不确定”的情况下利用该组合模型预测故障间隔期的有效性,可综合体现灰色预测和马尔可夫预测的优点,其用于故障间隔期的预测具有一定的实用性,可以有效降低预测误差,提高预测精度。故障间隔期的准确预测也为预防性维修间隔期的确定提供依据。

3.4 本章小结

本章首先对典型的预防性维修策略和典型的预防性维修间隔期的确定方法进行阐述,并说明目前预防性维修间隔期确定方法的局限性,希望能寻找一些相对简单的模型对预防性维修间隔期进行预测,于是建立灰色马尔可夫组合模型进行故障间隔期的预测,上述方法为预防性维修间隔期的确定提供了一定的依据。预防性维修间隔期的准确预测对合理规划预防性维修计划,避开武器装备的使用时段,减少维修工作对正常工作时间的占用,有效地降低维修费用、降低维修成本、提高部队的战斗力等具有重要意义。

第4章 武器装备的故障预测



武器装备故障预测是装备管理中非常重要的研究课题，是现代武器装备作战运用与管理的重要支撑技术。预测的智能化是装备管理新的研究方向，是装备管理和维修领域的热点研究内容，深受各国学术界、科学界和工程界的重视。在英美等国得到了深入研究和应用。该项技术作为实现大型复杂装备基于状态的预知维修和可靠性工程等新思想的关键和瓶颈技术，正在成为西方新一代的飞机、舰船和车辆等系统设计和使用中的一个重要组成部分。

4.1 预测的概念和分类

所谓预测，就是根据某一事物的运动和变化规律，用科学的方法和模型对该事物的发展趋势和未来状态进行估计及推测，进行定性或定量的评价。预测研究的是事物的未来，它之所以让人感兴趣，是因为它与人们目前的行为有着密切的关系。主要表现在两个方面：一是了解了事物未来的发展状况后，现在就可以未雨绸缪，事先做好准备。例如，如果预测出设备某部件三个月后必须更换，那么，现在就可以准备备件；反之，若一切预测正常，那么，就可以将资金用于其他事情。二是，通过预测可以对装备管理和运用进行更科学的决策。例如，某设备必须连续工作一段时间或这段时间内要更高强度地工作，那么，是提前进行检修，还是任务完成之后再进行检查，这也离不开预测技术。总之，预测可以为当前工作做出更科学的决策。

在设备的预测中，预测技术主要用于设备的劣化检测、特征参数趋势分析、故障预报及寿命预测等，是利用设备运行中得到的测试数据和资料，比如说温度、轴向振动、切削加工时刀具磨损等数据，对设备的运行状态及其发展趋势进行科学推断，其主要技术基础是预测理论和方法。预测方法从技术上分为定性预测方法和定量预测方

法两种。

1. 定性预测

定性预测是预测者通过对事物的过去及现在的变化规律的分析,对该事物的未来发展趋势和状态进行判断和预测的一种方法,主要依靠一些领域专家,根据经验来判断事物的大致走势,即对事物的某种特性或某种倾向可能出现也可能不出现做事前推测。一般适用于缺少历史数据,需要依赖专家经验的情况。主要有主观概率法、头脑风暴法、模拟推理法、相关因素分析法等,强调对事物发展的趋势、方向和重大转折点进行预测,其特点是简单、灵活、投入少,但主观性强。

2. 定量预测

定量预测是运用统计方法和数学模型,对事物现象、未来发展状况进行测定,如轴承的磨损量、装备的剩余寿命等。它主要是通过对过去一些历史数据的统计分析,用量化指标来对系统未来发展进行预测。定量预测是对事物未来的发展趋势、增减和可能达到水平的一种量的说明。定量预测主要采取模型法。目前主要采用的定量预测方法有回归分析法、时间序列法、灰色预测法、人工神经网络法、支持向量机法和组合预测法等,强调数据、模型和精确计算。下面将对主要对定量预测方法进行探讨。

预测按照期限可分为短期预测、中期预测和长期预测等几种形式。其中短期预测是对事物近期的发展情况作出的预测,其结果直接影响当前的工作安排,因此需要较高的预测精度;中期预测是对较长一段时间后事物发展情况的预测,预测精度上较短期预测低一些;长期预测是为装备规划长远计划所作的预测,预测精度要求更低一些。

4.2 故障预测原理

在现实世界中,任何事物的发展变化总是有一定规律可循,这为故障预测技术提供了理论依据。利用好这些规律和原则,就可以较好地对设备故障的发展变化进行科学的预测。这些规律和原则主要表现为如下几个方面。

1) 惯性规律

即设备故障的变化规律在一定时期内保持相对不变,具有惯性。这主要表现为两个方面:一是设备状态的惯性,即在一定时期内,状态内部的各种特征之间在结构和相互关系方面基本保持不变,不会出现显著的变化;二是状态的某些特征和性质在一定时期内保持基本不变。这些惯性的存在,给故障预测提供了一定的便利,也为预测的可行性提供了一定的理论依据。

2) 相似性规律

许多事物相互之间在发展变化上常常有类似的地方,利用实物发展变化上的相似性及其在时间和地点上的不同,就可以把先出现的故障变化过程类推到后出现的故障上去,从而对后出现的故障的前景作出预测。

3) 概率规律

由于各种因素的干扰,常是装备运行状态特征量表现出随机性变化,其发展变化有偶然性,更有必然性,满足统计规律。利用其统计规律就可以很好地进行故障预测。

运用这些规律,基于设备某一个或多个状态特征参数的变化趋势进行建模,预先估计和确定设备故障的时间、位置和可能性大小,这就是所谓的设备故障预测。显然,装备的故障预测可以采用多种重要参数,也可以采用多种预测模型独立地完成预测任务。

4.3 故障的主要原因分析

设备在运行过程中,由于使用时间、环境、温度等的变化,常常伴随着故障的发生,尤其是温度的变化是设备产生故障的一个主要原因,如果设备的使用温度超过了规定的阈值,就会产生过热现象,设备的过热是其产生故障的一种重要表征,产生过热的原因是多方面的。如齿轮、离合器、轴承等传动部件,在发生故障时将产生大量的摩擦热;液压系统的泵、阀、缸等元件的泄漏也会产生大量的热量,过热会使设备的零部件产生热变形,从而破坏设备的精度,过热还会使设备的油液变质,产生氧化物杂质、堵塞油孔、油路,破坏设备的润滑系统,产生“抱轴”或“卡死”。影响

工件的加工质量,这时如果不对这些零、部件及时修理,设备就可能会产生更大的故障。过热会给设备带来如此恶劣的影响,所以设备的使用部门都为之规定了所能允许的最高温度,是确定预防性维修间隔期的一个主要指标。

引起设备过热的热源大致可以分为两类:一类是内部热源,主要是指由设备本身的原因引起的发热。另一类是外部热源,主要是指外界的热传递或辐射给设备而引起的发热。外部热源主要是电动机、电磁离合器、电磁铁长时间工作所产生的热,带传动产生的摩擦热,以及阳光照射,灯光辐射,环境温度等,这些热源对设备都有很大的影响,对于使用中的机床设备等,还可能存在切削工件产生的切削热等,切削热产生的切削温度将直接影响刀具的磨损和使用寿命,并显著地影响工件的加工精度和表面质量。

设备发生过热现象后,应立即停止运行,并采取相应措施,予以解决。凡是因设备故障引起的过热,一定要千方百计地采取措施排除故障。例如,轴承失效引起的发热,就要更换轴承;润滑不当引起的发热就要修复润滑;液压系统的泄漏引起的发热就要处理泄漏问题。总之,故障消除了,过热的问题也就解决了。对于其他原因引起的发热,也要找出热源,采取措施,尽量减少发热。但如果不是因为故障引起的,只要热量能很快散入周围环境,则温升还是不会很高的,对发热较多的部件,像齿轮变速箱、电动机、液压油箱等应使其周围空气自由流通,必要时还可以设风扇、加散热装置或冷却装置。对外来热源,可采用隔离的办法,把装备与热源隔开。

4.4 故障预测的模型和方法

故障预测,就是根据设备的过去和现在的状态预言未来的状态,即在一定的理论和思想的指导下,通过对被预测装备或想象未来的发展趋势、发展方向极可能的状态建立预测模型,基于模型作出科学的预言和合理的推断。现有的预测模型和方法主要分为如下几类。

4.4.1 统计模型预测方法

统计模型预测法首先对历史数据模型进行假设,然后经过模型参数的估计得到响

应的预测值。这类方法的依据是：虽然当前这种估计特征的幅值很小，难以判断出来，但随着时间的推移，它的幅值会越来越越大。因此，可以根据系统过去和现在的状态，采用预测技术估计出将来时刻的状态，在进行故障检测。

常用的参数模型有多项式拟合、主观概率预测、回归预测、卡尔曼滤波器、随机时间序列等方法。这类方法的不足是，若模型的假设与实际不符，预测性能就会很差。

4.4.2 数学预测方法

1) 基于模糊理论的预测技术

模糊理论使用精确的理论方法来解决经典集合理论所不能解决的、在现实中大量存在的、边界不清的语义及模糊性概念的问题，还能克服由于预测过程本身的不确定性、不精确性以及噪声所带来的困难。目前，主要有三种基本预测方法：一是基于模糊关系及合成算法的预测，二是基于模糊知识处理技术的预测，三是基于模糊聚类算法的预测。模糊预测在处理复杂系统的时滞、时变及非线性方面，显示出它的优越性。但在模糊预测中，由于静态知识库无法反映装备零部件的失效过程，使得故障预测系统的知识表达不具有时间参数，没有实时控制的特性，从而削弱了此方法的实用性，需要深入研究动态知识库的建造技术。

2) 灰色理论预测

灰色模型（Grey Model, GM(1, 1)）由我国邓聚龙教授于 1982 年提出，是目前比较常用的预测模型，通过一阶微分方程揭示数列的发展规律。该模型用于故障短期预测效果比较好，在长期预测中慎用。针对常规 GM(1, 1)的不足，人们在预测精度和适用范围方面展开深入研究，提出一些改进模型的方法，提高了预测精度。

4.4.3 智能预测法

智能预测法不需要系统和精确的数学模型，因此，它比参数模型法具有更广泛的应用范围。现有的智能预测方法主要是基于神经网络、支持向量机、粗糙集理论和专家系统预测等方法。

1) 神经网络预测法

神经网络具有极强的非线性折射能力,在故障预测方面受到了广泛的关注。Lapedes 等人最早(1987 年)发表了运用神经网络对由计算机产生的时间序列仿真数据进行的学习和预测,之后出现了大量将神经网络用于预测的研究。神经网络从理论上可以模拟多个输入输出的任意非线性系统,具有很强的自学习和自适应能力。神经网络在故障预测中的应用主要以两种方式来实现:一是神经网络做函数逼近器,对系统各工况下的某些参数进行拟合预测;二是用动态神经网络对过程或工况参数建立动态模型,进而进行故障预测。但它要求大量且完备的训练数据,在训练过程中易陷入局部极值,并且隐含层中的神经元个数具有太大的不确定性。

2) 支持向量机预测方法

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是近年来发展起来的基于统计学习的机器学习法。它以统计学理论为基础,直接从小样本出发,放弃了传统的经验风险最小化(Empirical Risk Minimization, ERM)准则,而采用结构风险最小化(Structural Risk Minimization, SRM)准则,在最小化样本点误差的同时,考虑模型的结构因素,从根本上提高了泛化能力。支持向量机在解决小样本、非线性及高维模式识别问题中表现出许多特有的优势,它既能由有限制的训练样本得到小的误差,又能保证对独立的测试机仍保持小的误差,而且支持向量机算法是一个凸优化问题,因此,局部最优解一定是全局最优解。这样,由 Vapnik 等人提出的支持向量机就克服了神经网络收敛速度慢和局部极小点等缺陷,是一种值得研究的新型智能预测方法。

3) 基于专家系统的预测技术

专家系统预测技术由于采用了专家知识,从而具有了专家的丰富经验与判断能力,并能对用户的提问和答案的推理过程作出解释。在中长期预测中,能够对未来的不确定性因素、各预测对象自身发展的特殊性,以及各种可能引起预测对象变化的情况加以综合考虑,从而得到较好的预测结果。专家系统预测技术主要运用与那些没有精确数学模型或很难建立数学模型的复杂系统,特别在非线性系统领域被认为是一种很有前景的方法。然而,一个适用的预测专家系统的研制需要较长时间原始资料的积累和模型修正,开发周期长。另外,专家的知识是经过大量实践形成的,且未能形成

统一的知识标准，有可能导致在综合多个专家的事实过程中存在偏差和失误。

4.5 回归模型的故障预测

回归分析是英国生物学家高登（Galton）根据大量统计发现人类的身高有向平均数靠近和回归倾向而提出的。回归分析预测法本质上是一种因果分析预测，它通过分析某一现象的自变量和因变量之间的关系，建立变量之间的回归方程，并将回归方程作为预测模型，根据自变量在预测器的数量变化来预测因变量。因此回归分析预测法是一种重要的故障预测方法，当我们在对故障现象未来发展状况和水平进行预测时，如果能将影响故障预测对象的主要因素找到，并且能够取得其数量资料，就可以采用回归分析预测法进行预测。

4.5.1 多元回归预测计算模型

一元线性回归模型即因变量 y 只与一个自变量 x 有关的线性回归问题，但是在许多实际问题中，一元线性回归模型只不过是回归分析中的一种特例，它通常是对影响某种现象的许多因素进行了简化考虑的结果。因此一般需要用两个或两个以上的影响因素作为自变量来解释一个因变量的变化，这就是多元回归问题，当多个自变量与因变量之间是线性关系时，所进行的回归分析就是多元线性回归。下面介绍多元线性回归模型。

1. 多元线性回归模型的一般形式

设 y 为因变量， x_1, x_2, \dots, x_k 为自变量，若自变量与因变量之间为线性关系，则多元线性回归模型为：

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k + \varepsilon \quad (4.1)$$

式中， b_0 为常数项； b_1, b_2, \dots, b_k 为回归系数； ε 为误差项。

建立多元性回归模型时，为了保证回归模型具有优良的解释能力和预测效果，应首先注意自变量的选择，其准则如下：

(1) 自变量对因变量必须有显著的影响, 并呈密切的线性相关。

(2) 自变量与因变量之间的线性相关必须是真实的, 而不是形式上的。

(3) 自变量之间应具有一定的互斥性, 即自变量之间的相关程度不应高于自变量与因变量之间的相关程度。

(4) 自变量应具有完整的统计数据, 其预测值容易确定。

多元性回归模型的参数估计, 同一元线性回归方程一样, 也是在要求误差平方和为最小值的前提下, 用最小二乘法求解参数。

2. 模型的检验

回归模型在得到参数的最小二乘法的估算之后, 需进行必要的检验与评价, 以决定模型是否可用。

1) 拟合程度

拟合程度检验采用自相关系数 \bar{R}^2 这个统计量, 称为判定系数或者决定系数, 是指因变量的总回归平方和其总离差平方和的比, \bar{R}^2 的取值在 $0 \sim 1$ 之间, \bar{R}^2 越大, 越接近 1, 说明回归方程模型对样本数据点拟合的程度越高, 所以自变量与因变量的关系就越密切。

2) 标准误差

所谓标准误差, 是指因变量 y 的实际值与回归方程求出的估计值 \hat{y} 之间的标准误差 S , 估计标准误差越小, 回归方程拟合程度越强。

3) 回归方程的显著性检验

回归方程的显著性检验即检验整个回归方程的显著性, 换言之评价所有的自变量与因变量的线性关系是否密切。常采用 F 检验, 根据给定的显著水平、自由度, 查 F 分布表, 得到相应的临界值, 再进行比较以得出结论。

4) 回归系数的显著性检验

在一元线性回归中, 回归系数显著性检验 (t 检验) 与回归方程的显著性检验是等价的, 但在多元线性回归中, 这个等价不成立。 t 检验是分别检验回归模型中各个回归系数是否具有显著性, 以便使模型中只保留那些对因变量有显著影响的因素。检验时先计算统计量 t , 然后根据给定的显著水平、自由度、查表得到临界值。

5) 多重共线性判别

若某个回归系数的 t 检验未通过, 可能是这个系数相对应的自变量对因变量的影响水平不显著所致, 此时, 应从回归模型中剔除这个自变量, 重新建立更为简单的回归模型或更换自变量; 也可能是自变量之间有共线性所致, 此时应设法降低共线性的影响。

4.5.2 非线性回归分析模型

非线性回归预测方法是指自变量与因变量之间的关系不是线性的, 而是某种非线性关系的回归预测法。非线性回归预测法的回归模型常见的有以下几种: 双曲线模型、二次曲线模型、对数模型、三角函数模型、指数模型、幂数模型等, 非线性回归模型参数估计的基本思想类似于线性估计, 也是设法找到使因变量和因变量的估计值之差的最小平方和最小的一组参数值, 然后求偏导得未知参数的非线性方程组, 求出未知参数的非线性最小二乘估计。

$$\text{即} \quad Q = \sum (y_i - \hat{y})^2 = \min \quad (4.2)$$

式中, y_i 为观察值; \hat{y} 为模型估计值。

4.6 模糊理论的故障预测

在机械故障预测技术中, 对设备故障先兆信息的判别方法很多, 随着科学技术的发展, 各国都更加重视设备故障预测工作, 并投入人力、物力和财力开展新的、更加科学的、方便的设备故障先兆信息判别方法的研究, 新的判别方法不断涌现。现在比较成熟的故障预测模型都是基于大量的历史数据, 运用数理统计方法进行统计计算,

但这种方法对于多种因素或多种条件同时变化的情况无法预测。在造成装备故障的众多因素中，一类是可以精确度量的动态变化因素，如磨损量、行军里程等；另一类是用模糊语言表达的，如耐磨性、耐高温性等，而传统的模糊评判法对于故障预测这一动态过程适应性不理想。因而采用动态模糊模型对装备未来性能的预测是必要的，故本节的内容主要是讲述利用动态模糊模型进行故障预测。

4.6.1 故障模糊判别矩阵

模糊理论(Fuzzy Logic)是在美国加州大学伯克利分校电气工程系的 L.A.Zadeh(扎德)教授于 1965 年创立的模糊集合理论的数学基础上发展起来的，主要包括模糊集合理论、模糊逻辑、模糊推理和模糊控制等方面的内容。早在 20 世纪 20 年代，著名的哲学家和数学家 B.Russell 就写出了有关“含糊性”的论文。他认为所有的自然语言均是模糊的，比如“红的”和“老的”等概念没有明确的内涵和外延，因而是不明确和模糊的。可是，在特定的环境中，人们用这些概念来描述某个具体对象时却又能心领神会，很少引起误解和歧义。美国加州大学的 L.A.Zadeh 教授在 1965 年发表了著名的论文，文中首次提出表达事物模糊性的重要概念：隶属函数，从而突破了 19 世纪末康托尔的经典集合理论，奠定模糊理论的基础。模糊理论是以模糊集合(Fuzzy Set)为基础，其基本精神是接受模糊性现象存在的事实，而以处理概念模糊不确定的事物为其研究目标，并积极地将其严密地量化成计算机可以处理的信息，不主张用繁杂的数学分析即模型来解决模型。

1. 模糊集合

我们称外延不分明的概念为模糊概念，为了用数学方法刻画这类概念，需要引入不同于普通集合的另一类集合，即模糊集合。

模糊集合的基本思想是把经典集合中的绝对隶属关系灵活化或模糊化。从特征函数方面讲，就是元素 x 对集合 A 的隶属程度不再限于取 0 或 1，而是可以取从 0 到 1 的任何一个数值，数值的大小反映了元素隶属于集合 A 的程度。

定义 4.1 所谓论域 U 上的一个模糊子集（简称模糊集） A ，是指对于任意 $x \in A$ ，

都指定了一个数 $\mu_A(x) \in [0,1]$ 与之对应, 表示 x 对模糊集合 A 的隶属程度。即存在映射:

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

$$x \rightarrow \mu_A(x)$$

则称 μ_A 为论域 U 上的关于 A 的隶属函数, $\mu_A(x)$ 为 x 对 A 的隶属度。

上述定义表明, 一个模糊集 A 完全由其隶属函数 μ_A 来刻画。 $\mu_A(x)$ 的值接近于 1, 表示 x 隶属于 A 的程度很高; $\mu_A(x)$ 的值接近于 0, 表示 x 隶属于 A 的程度很低。

2. 故障模糊判别矩阵的建立

1) 故障模糊集合

用一个向量集合 F 来定义一台设备中所有可能发生的各种故障, 如噪声、振动、磨损等:

$$F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\} \quad (4.3)$$

式中, n 表示故障数目。

2) 故障特征模糊集合

用一个向量集合 Z 表示故障特征, 如温度、压力、油液的污染、振动等。

$$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\} \quad (4.4)$$

式中, m 表示故障特征的数目。

3) 故障模糊判别矩阵

由于故障特征是界限不分明模糊集合, 故选用模糊隶属函数, 用相应的隶属度来描述这些故障特征发生的程度。模糊判别方法就是通过某些故障特征的隶属度求出各种故障原因的隶属度, 以确定各种故障存在的可能性。

设某装备的某一故障特征集合为 $\{c_1, c_2, \dots, c_m\}$, 同时得出此集合中各分量元素 c_i 对特征 i 的隶属度 μ_{c_i} , 则将 C 中各元素转换成隶属度, 就构成了故障特征模糊向量:

$$C = (\mu_{c_1}, \mu_{c_2}, \dots, \mu_{c_i}) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

又假设该故障特征集合是由故障 W 引起的, W 对各种故障的隶属度为 μ_{w_j} , 则构成了故障模糊向量: $W = (\mu_{w_1}, \mu_{w_2}, \dots, \mu_{w_j}) \quad (j = 1, 2, \dots, n)$

根据模糊数学原理可以得到 C 和 W 的因果模糊关系为:

$$C = W \cdot R \quad (4.5)$$

式 (4.5) 称为故障与故障特征之间的模糊关系方程, 其中符号 “ \cdot ” 为模糊逻辑算子, R 为模糊关系矩阵。

$$R = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mn} \end{bmatrix} = (r_{ij})_{m,n} \quad (4.6)$$

式中, $0 \leq t_{ij} \leq 1, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ 。

模糊判别矩阵是 $m \times n$ 维矩阵, 其中行表示故障特征, 列表示故障原因, 矩阵元素 t_{ij} 表示第 i 种故障特征对第 j 种故障原因的隶属度, 即 $(r_{ij})_{m \times n}$ 。模糊判别矩阵 R 的构造需要以大量现场实际运行数据为基础, 精度的高低取决于所依据的检测数据的准确性及丰富程度。下面将举例说明模糊判别矩阵的建立。

4) 故障模糊判别矩阵的建立

下面以建立发动机故障的模糊判别矩阵为例, 介绍模糊判别矩阵的建立。

例如, 一台汽车电喷发动机出现带负荷时转速不能达到额定值的故障先兆现象, 分析引起这种现象的五个故障可能性部位是:

y_1 ——气门弹簧断;

y_2 ——喷油器的喷油孔积炭堵塞;

y_3 ——润滑油压力不够;

y_4 ——供油脉宽不够;

y_5 ——点火提前角太小。

表现这种现象的六个故障特征可能是：

x_1 ——尾气颜色加深；

x_2 ——振动加剧；

x_3 ——扭矩不足；

x_4 ——转动部件发热；

x_5 ——燃油消耗量增大；

x_6 ——不能达到额定转速。

根据发动机工作原理和经验分析，可以确定每一故障特征 X_i 对应每个故障 y_j 的隶属度：

$$\mu_{y_j}(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, \dots, 5)$$

由此得出模糊判别矩阵 R ，如表 4-1 所示。

表 4-1 发动机故障的模糊判别矩阵

故障 j 特征 i	气门弹簧断 y_1	喷油孔堵塞 y_2	润滑油压力不够 y_3	供油脉宽不够 y_4	点火提前角太小 y_5
尾气颜色加深 x_1	0.5	0.2	0.1	0.3	0.18
振动加剧 x_2	0.7	0.75	0.4	0.2	0.2
扭矩不足 x_3	0.85	0.13	0.6	0.9	0.5
转动部件发热 x_4	0.1	0.1	0.8	0.1	0.1
燃油消耗量增大 x_5	0.1	0.2	0.63	0.3	0.6
不能达到额定转速 x_6	0.4	0.4	0.75	0.8	0.8

4.6.2 模糊评判的装备故障预测模型

模糊综合评判法在很多领域中都已得到充分的应用，但是传统的模糊关系矩阵只

是静态地显示了因素论域对评判等级论域的隶属关系, 模糊关系矩阵与权重系数集一旦确定, 也就决定了评判结果的唯一性, 对于预测服役环境、使用程度等条件不断发生变化的机械设备故障来说, 传统的模糊综合评判法已完全不适应。基于此利用动态模糊评判模型来解决此类问题, 不但实现了精确量的模糊化转换, 而且体现了定性因素与定量因素的有机结合。

1. 动态模糊故障预测模型的建立:

定义 1 设 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 是所有可能发生的影响因素的集合, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是所有可能出现的故障点的集合, 满足 $U = u_i \cup u_j$, 且 $i \neq j$ 时, $u_i \cap u_j = \emptyset$, 视考察对象, 每大类因素又可分为若干个子类, 即 $U_i = \{u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ip}\}$. 其中 n 为大类影响因素, m 为评判等级的个数, p 为各个大类影响因素中子类影响因素的个数。

定义 2 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 是 U 上的一个模糊子集, a_i 表示因素 u_i 呈现的程度, 即 u_i 的权重大小, 且 $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ 。同理对 u_i 有 $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip})$, 且 $\sum_{j=1}^p a_{ij} = 1$ 。

定义 3 若有 $u_i \in U$, 则定义:

$$r_{ij} = r(u_i, v_j, x)$$

式中, r_{ij} 为模糊推理的隶属函数, 也可以理解为第 i 个影响因素导致第 j 个故障点出现的可信度; x 为动态变量, 表征在装备的个体寿命中的发射弹数或操作次数、行军里程、零件磨损量等。

在 U 、 V 之间进行模糊推理, 等价于建立一个从 U 到 V 的映射:

$$f: U \rightarrow F(V) \quad (\forall u_i \in U) \quad (4.7)$$

$$u_i \rightarrow f(u_i) = \frac{r_{i1}}{v_1} + \frac{r_{i2}}{v_2} + \dots + \frac{r_{ij}}{v_j} + \dots + \frac{r_{im}}{v_m} \quad (0 \leq r_{ij} \leq 1, j = 1, 2, \dots, m) \quad (4.8)$$

U 、 V 之间的关系可表示为一张模糊预测响应表, 如表 4-2 所示。

表 4-2 模糊预测响应表

故障点 影响因素	V_1	V_2	...	V_m
U_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1m}
U_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
U_N	r_{n1}	r_{n2}	...	r_{nm}

模糊预测响应表对应了一个模糊关系矩阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{bmatrix} = (r_{ij})_{n \times m}$$

于是 (U, V, \mathbf{R}) 构成一个综合评判空间。

同时, 权重系数也应反映出 u_i 与 v_{ji} 之间不同时刻的隶属程度, 但是这种多因素、多故障之间的影响作用很难服从一定的线性变化, 若某一因素变化趋势服从指数分布, 则不同条件下该因素的权重系数为:

$$c_i = f(t)a_i = (1 - e^{-kt})a_i \quad (4.9)$$

将装备在其个体寿命内的故障期划分为三个时期: 磨合期、稳定期和耗损期。不同的部件, 不同的时期, k 的取值均不同, 同一部件在一定时期内可用极大似然估计法求出。同理, 对于变化趋势符合其他分布的因素, $f(t)$ 则取相应的分布函数。

对 c_i 进行归一化, 使其满足 $\sum_{i=1}^n c'_i = 1$, $C' = (c'_1, c'_2, \dots, c'_n)$ 即为修正后的权重系数。

将 C' 与 \mathbf{R} 进行广义模糊合成运算, 即可得到模糊故障预测运算的基本模型为:

$$\mathbf{B} = C'\mathbf{R} \quad (4.10)$$

进行综合评判时, 首先对 u_i 中的单一子因素 u_{ig} 进行单因素评判, 由各评判因素产生故障的可能性, 得出其评判矩阵:

$$\mathbf{R}_i^{(1)} = [r_{ig}^{(1)}]_{n \times m} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.11)$$

根据合成运算，有：

$$B_i^{(1)} = C_i'^{(1)} \cdot R_i^{(1)} = (b_{i1}^{(1)}, b_{i2}^{(1)}, \dots, b_{im}^{(1)}) \quad (4.12)$$

即为第一级模糊综合评判的结果，然后再把 $B_i^{(1)}$ 作为 u_i 的单因素评判向量，即可得出二级评判矩阵：

$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} B_1^{(1)} \\ B_2^{(1)} \\ \vdots \\ B_N^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(1)} & b_{11}^{(1)} & \dots & b_{11}^{(1)} \\ b_{21}^{(1)} & b_{22}^{(1)} & \dots & b_{2m}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1}^{(1)} & b_{n2}^{(1)} & \dots & b_{nm}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

多层次评判，最终得到故障集 V 的综合评判向量：

$$B = C'R = (c'_1, c'_2, \dots, c'_n)R = (b_1, b_2, \dots, b_m) \quad (4.14)$$

按照最大隶属度原则，即可预测故障点发生的位置。

2. 动态模糊关系矩阵的确定

1) 模糊分布的确定

在模糊数学中，常把以实数域为论域的模糊集的隶属函数称为模糊分布。模糊分布的表现形式由模糊变量及模糊约束的本身性质决定，可以用连续的函数曲线来表示，也可以在分段的区间用离散的数据点定义，常用的模糊分布有三角分布、梯形分布、正态分布、柯西分布等类型。从数学和物理意义上讲，连续函数比离散点更能精确地表达客观事物的本质。

由于梯形函数的表示和计算简单明了，同时能很好地满足适时预测的性能要求，所以在故障预测过程中采用升半梯形分布来描述部件磨损量的模糊分布规律：

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (4.15)$$

其分布曲线见图 4.1，含义是当磨损量超出一定的故障阈值下限 a 时，系统将产

生质变,此分布即是对质变现象所做的定性化描述;当磨损量超过故障阈值上限 b 时,某部件将出现故障。

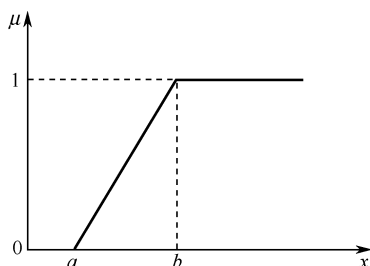


图 4.1 升半梯形分布

2) 动态模糊关系矩阵的建立

隶属函数及隶属度的确定是故障预测的关键,与人的主观因素有关。应针对客观情况,综合分析影响因素与故障点集之间模糊关系的变化规律。下面用两种方法确定其模糊关系矩阵。

• 专家评分法(特尔菲法)

特尔菲法是根据专家们的经验进行统计处理,可采用此方法确定定性因素与故障点集之间的隶属度。为了区别专家的学术水平和经验的差异,常采用加权平均法处理统计结果。

• 隶属函数确定法

从分布函数出发,确定定量因素与故障点集之间的隶属度。比如以部件磨损量等作为其隶属函数的变量参数,使得服役过程正常情况下的模糊关系矩阵不断有新的变化,从而使预测模型具有适时控制性。最后将预测结果与装备实际使用状况进行对比,论证其正确性。

其中,每一个动态变量 x 对应一个模糊关系矩阵。当某一预测目标包含 q 个动态变量时,对应的 q 个模糊关系矩阵是同阶矩阵,为提高专家经验知识与隶属函数的利用率,确保装备的安全运行,同一时刻的动态模糊关系矩阵 \mathbf{R} 采用因素析取法确定,即

$$r_{ij} = r_{ij}^{(1)} \vee r_{ij}^{(2)} \vee \cdots \vee r_{ij}^{(q)} \quad (4.16)$$

3) 预测模型的合成运算

模糊评判的运算规则可以有多种取法, 最常用的是选用加权平均型 $M(\cdot, \oplus)$

$$b_j = \bigoplus_{i=1}^n (c'_i \cdot r_{ij}) \quad (4.17)$$

式中, 符号 \oplus 的含义为 $a \oplus b = \min(1, a + b)$

通过此算法可对所有因素依权重大小均衡兼顾, 考虑总体因素起作用的情况。

4.6.3 实例分析

一个完整的反后坐装置是由驻退机、复进机两部分组成, 每一部分都有可能产生故障, 从而影响整个系统的工作。现以后坐过长为例进行分析。

表 4-3 是后坐过长的评价指标体系。它是一种层次结构, 影响因素集 U 由三个一级子目标(节制杆与节制环磨损 u_1 、驻退机活塞套外径与驻退筒磨损 u_2 、漏液 u_3) 组成, 漏液子目标进一步分解为皮圈(碗)损坏 u_{31} 、螺帽未拧紧 u_{32} 、紫铜紧塞环失效 u_{33} 三个二级指标。根据任务需要, 将可能引发故障的各个元件作为评判集 V , 即评判集中的元素由节制环 v_1 、活塞套 v_2 、皮圈(碗) v_3 、螺帽 v_4 、紫铜紧塞环 v_5 五个元素组成。随机求出稳定期内 (0.25, 0.18) 和损耗期内 (0.32, 0.22) 的两组数据填入表 4-3。

表 4-3 后坐过长的评价指标体系

内容 因素	内在因素	模糊关系矩阵					权 重
		v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	
u_1 (0.295, 0.334)	u_{11}	0.25 (0.6)	0	0	0	0	1.00
u_2 (0.282, 0.332)	u_{21}	0	0.42 (0.67)	1	1	1	1.00
u_3 (0.423, 0.334)	u_{31}	0	0	1	0	0	0.293 (0.333)
	u_{32}	0	0	0	0.8	0	0.443 (0.346)
	u_{33}	0	0	0	0	1	0.264 (0.321)

注: 括号内数字为损耗期隶属度。

考虑整体影响因素, 采用加权平均法, 求得最后归一化的结果如下:

u_1 、 u_2 为 (0.25, 0.18) 时, $B'_1=(0.128, 0.205, 0.214, 0.259, 0.193)$

u_1 、 u_2 为 (0.32, 0.22) 时, $B'_2=(0.273, 0., 303, 0.152, 0.126, 0.146)$

第一种结果表明反后坐装置后坐过长的故障点最易发生在螺帽, 说明在故障稳定期内, 磨损不太严重的情况下, 螺帽部位较多易造成漏液故障, 从而导致反后坐装置后坐过长。第二种结果表明进入损耗期后, 随着磨损的加剧, 磨损部件 (主要是活塞套) 的故障率逐渐占主导地位, 部队实际使用情况也证明驻退机活塞套磨损, 间隙增大, 是后坐过长最重要的因素。结合已知的磨损量和磨损规律, 故障预测系统即可预测出若干次射击循环后, 哪些部件需要预防性维修或更换备件, 否则将造成反后坐装置后坐过长。

动态模糊综合评判法为常规评判法无法处理的一类问题提供了一种有效的数学描述, 其作为故障预测系统的推理运算模型, 可实现对装备故障适时预测的目的, 使设备维修提前到故障出现之前, 而不是在故障发生之后。

4.7 BP 神经网络的故障预测

4.7.1 神经网络的结构

常所说的神经网络的结构, 主要指它的连接方式。神经网络按照拓扑结构属于以神经元为节点, 以节点间的有向连接为边的一种图。其结构大体可分为层状和网状两大类。层状结构的神经网络是由若干层组成, 每层中有一定数量的神经元, 相邻层中神经元单向连接; 同层内的神经元不能连接; 网状结构的神经网络中, 任何两个神经元之间可能双向连接。

下面介绍几种常见的网络结构。

1) 前向网络

前向网络通常包含许多层, 这种网络的特点是: 只有前后两层相邻神经元相互连接, 各神经元之间没有反馈。每个神经元可以从前一层接收多个输入, 并且只有一个

输出送给下一层的各个神经元。三层前向网络分为输入层、隐含层、输出层。

2) 反馈网络

反馈网络是输出层到输入层有反馈的网络,即每个节点同时接收外来输入和来自其他节点的反馈输入,其中也包括神经元输出信号引回到本身输入层的自环反馈。

3) 相互结合型网络

相互结合型网络属于网状结构。构成网络中的各个神经元都可能相互双向连接,所有的神经元既作为输入,同时也用于输出。这种网络对信息处理与前向网络不一样;在前馈网络中,信息处理是从输入层通过隐层到输出层,处理结束;而在这种网络结构中,如果在某一时刻从神经网络外部施加一个输入,各个神经元一边相互作用,一边进行信息处理,直到使网络所有神经元的输出值收敛于某个平均值为止,作为信息处理的结束。

4) 混合型网络

在前向网络的同一层间神经元有互联的结构,称为混合型网络。这种在同一层内的互联,目的是限制同层内神经元同时兴奋或抑制神经元数目,以完成特定的网络功能。

4.7.2 BP 网络的结构

BP 神经网络是一种多层前馈网络,包含 1 个输入层,1 个输出层和若干个隐层。前层至后层通过权系数连接;隐层的变换函数一般为非线性函数,如 S 型函数。

因此输出量是 0~1 之间的连续量,可以实现从输入到输出的任意非线性映射。BP 算法的基本思想是:学习过程由信号的正向传播和误差的反向传播两个过程组成。正向传播时,输入样本从输入层传入,经各隐层逐层处理后,传向输出层。若输出层的实际输出与期望的输出不符,则转入误差的反向传播阶段。误差反传是将输出误差以某种形式通过隐层向输入层逐层反传,并将误差分摊给各层的所有单元,从而获得各层单元的误差信号,此误差信号就作为修正各单元权值的依据。这种正向传播与误

差反向传播的各层权值调整过程，是周而复始地进行的。权值不断调整的过程，也就是网络的学习训练过程。这个过程一直进行到网络输出的误差减少到可接受的程度，或进行到预先设定的学习次数为止。在 BP 算法的多层前馈网络的应用中，应用最普遍的是三层前馈神经网络，如图 4.2 所示。

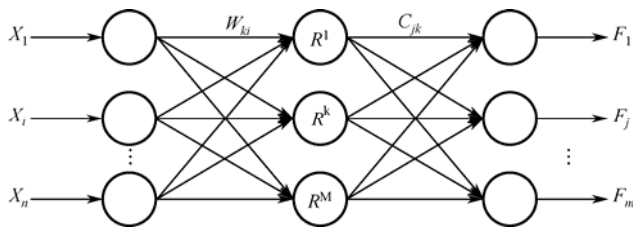


图 4.2 三层前馈神经网络图

设系统输入层有 n 个神经元，接收网络的 n 个输入信号 $X_1 \sim X_n$ ，输出层有 m 个神经元，产生 m 个输出信号 $F_1 \sim F_m$ ，隐层有 M 个神经元 $R_1 \sim R_M$ ，分别与该系统样本集中的 M 条样本相对应。输入层到隐层之间的权系数为 w_{ki} ($i=1 \sim n$)，它表示各个故障征兆 X_i 对本条样本 R^k 的重要性；隐层到输出层的权系数为 C_{jk} ($j=1 \sim m$)，反映了样本 R^k 对各个故障 F_j 的重要性。权系数 W_{ki} 和 C_{jk} 满足如下条件：

$$\sum_{i=1}^n w_{ki} = 1 \text{ 且 } w_{ki} \geq 0 \quad (4.18)$$

$$\sum_{k=1}^M C_{ki} = 1 \text{ 且 } C_{ki} \geq 0 \quad (4.19)$$

4.7.3 BP 神经网络学习算法

前馈型人工神经网络基本的学习算法是最速下降反传算法，该算法简单，但收敛速度慢，而且有可能收敛到局部极值点，不适合于解决实际问题。所以当多层前向神经网络应用到具体实例中时，必须首先解决训练网络权值的算法问题，采用共轭梯度 BP 算法可较好地解决该问题。共轭梯度 BP 算法的前向计算过程与传统的 BP 算法相同，其主要不同在于误差反向传播过程。在误差反向传播中，设 g_k 表示第 k 次迭代时负梯度变化方向， p_k 表示第 k 次迭代的共轭梯度变化方向，则权向量修正 Δw_{k+1} 和权值 w_{k+1} 应为 $w_{k+1} = w_k + \Delta w_{k+1} = w_k + \eta_k p_k$ 在初始时刻有 $p_0 = -g_0$ 。每次迭代时，先沿着

负梯度方向 \mathbf{g}_k 搜索, 然后沿着与该负梯度方向共轭的梯度方向进行搜索。共轭梯度方向取本次共轭梯度方向与上一次共轭梯度方向的线性组合, 即

$$\mathbf{p}_k = -\mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{p}_{k-1} \quad (4.20)$$

式中,
$$\beta_k = \frac{\Delta \mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}}; \Delta \mathbf{g}_{k-1}^T = (\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1})^T \quad (4.21)$$

自适应学习效率由当前网络参数 η_k 决定, 用 S 表示网络误差曲面参数, 即

$$\eta_k = E/S \quad (4.22)$$

式中,
$$E = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q E_i = \frac{1}{2Q} \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{m_3} (y_k^i - a_k^i)^2 \quad (4.23)$$

$$S = \sum_{k=1}^{m_2} \sum_{l=1}^{m_1} \left(\frac{\partial E}{\partial w_{lk}} \right)^2 + \sum_{k=1}^{m_2} \left(\frac{\partial E}{\partial n} \right)^2 + \sum_{l=1}^{m_3} \sum_{k=1}^{m_2} \left(\frac{\partial E}{\partial w_{lk}} \right)^2 + \sum_{k=1}^{m_3} \left(\frac{\partial E}{\partial i_E} \right)^2 \quad (4.24)$$

算法实现:

- (1) 初始化, 选定初始权向量 w_0 , 允许误差 $\varepsilon > 0$, 计算梯度向量的初始值 \mathbf{g}_0 。
- (2) 输入训练样本对, 样本是由专家和技术人员根据实验结合经验给出的数据。根据样本对输入数组赋值, 计算各层输出。
- (3) 计算网络输出误差。
- (4) 计算各层误差信号。
- (5) 调整各层权值。
- (6) 判断样本平均误差是否满足误差精度, 若满足, 则结束学习。
- (7) 判断网络训练是否进入极值点。若进入, 则采用共轭梯度法进行网络的反向传播, 否则采用 BP 算法进行网络的反向传播。
- (8) 对优化后的权值重新进行前向计算。判断样本平均误差是否满足误差精度, 若满足, 则结束学习, 否则, 返回到 (3)。

4.7.4 实例分析

飞机发动机故障预测在实时控制和保证动力系统可靠运行方面起着重要的作用，它具有非线性传递特性，其运行时的振动信号已被证明是非平稳随机过程，利用运行时的振动信号进行故障预测，是目前行之有效的预测方法。采用压电加速度传感器获取各测点的振动信号，经数据采集系统、数据处理系统对振动状态进行监测，就其振幅大小作为装置故障与否的判据，共选取 4 个测试点作为检测对象。采用 BP 神经网络，具体结构为：4 个输入节点，9 个规则层节点，4 个输出节点。权重矩阵为：

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.25 & 0.55 \\ 0.04 & 0.5 & 0.03 & 0.43 \\ 0.06 & 0.03 & 0.9 & 0.01 \\ 0.57 & 0.03 & 0 & 0.4 \\ 0.1 & 0.6 & 0.1 & 0.2 \\ 0.5 & 0.09 & 0.4 & 0.01 \\ 0.3 & 0.02 & 0.6 & 0.08 \\ 0.5 & 0.4 & 0.03 & 0.07 \\ 0.05 & 0.5 & 0.05 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.05 & 0 & 0.75 & 0.02 & 0 & 0.01 & 0.07 \\ 0.03 & 0.09 & 0.04 & 0.08 & 0.47 & 0.11 & 0 & 0.1 & 0.07 \\ 0.04 & 0.01 & 0.01 & 0.07 & 0.01 & 0.73 & 0 & 0.06 & 0.07 \\ 0.05 & 0.1 & 0.03 & 0.1 & 0.05 & 0.29 & 0.2 & 0.09 & 0.08 \\ 0.16 & 0.41 & 0.03 & 0.08 & 0.11 & 0.1 & 0.05 & 0.06 & 0 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.67 & 0.01 & 0 & 0.03 & 0.18 & 0.07 \end{bmatrix}$$

在上面的两个权矩阵中， \mathbf{W} 的每一行和 \mathbf{C} 的对应列与一条诊断规则相对应，因此，它们共包含了 9 条故障诊断规则。例如，考虑 \mathbf{W} 的第 7 行和 \mathbf{C} 的第 7 列，与之对应的诊断规则如下：

$$\begin{aligned} R^{(7)} : & \text{If } X_1(0.3) \text{ and } X_2(0.02) \text{ } X_3(0.6) \text{ and } X_4(0.08) \\ & \text{Then } F_4(0.2), F_5(0.05), F_6(0.03) \end{aligned}$$

其余各条诊断规则可以按照类似方式产生。

进行故障诊断趋势预测可分为以下三步。

(1) 对诊断参数模糊化。使用正态型隶属函数：

$$\mu A(X) = \exp(-k(X - a)^2)$$

式中， k 为大于零的参数。

(2) 依据当前的故障征兆 X_i ($i = 1 \sim n$)，计算出各条规则 $R^{(K)}$ 的激活度 A_K ($K = 1 \sim M$)。故障规则的激活度由 \min 算子产生： $A_K = \min\{w_{k1}X_i\}(i = 1 \sim n)$ 。

(3) 按照 \max 算子计算各个测试点在当前征兆下的可信度，预报结果。

表 4-4 为对特征数据按照上述步骤进行处理后的 4 组样本，用训练好的神经网络对故障状况进行预报，结果与实际情况基本吻合。

表 4-4 发动机故障预测及结果

样 本	点 1	点 2	点 3	点 4	预 测 结 果
1	0.75	0.89	0.66	0.96	重度故障
2	0.48	0.39	0.63	0.68	故障
3	0.44	0.51	0.32	0.36	轻度故障
4	0.32	0.20	0.14	0.12	正常

神经网络是一种输入/输出的高度非线性映射，通过对作用函数的多次复合，可以实现故障预测中输入与输出之间的高度非线性映射。采用神经网络模型对某型飞机发动机故障进行了预测。从实验结果可以看出，神经网络具有较强的故障预测能力，不仅准确度高、效率高，而且变被动维修为视情维修，大大减小了工作量，具有良好的应用前景。经常用于预测故障的神经网络模型还有基于指数衰减的神经网络预测模型、基于 RBF 神经网络的故障预测模型等，这里不再一一介绍。

4.8 基于灰色模型的故障预测

灰色建模是灰色系统理论的核心，也是其理论与实际结合的桥梁。灰色理论认为，影响系统行为效果的原因是灰色的，而系统输出的统计数据本身正是这些灰色因素的综合作用的结果。这种结果必然蕴藏着系统本身某种内在的规律，只是这种规律被原

始数据杂乱无章的表象所掩盖。通过灰色建模可以有效地挖掘和发现这种内在的规律，从而为预测和控制提供新的途径。

4.8.1 灰色 GM(1, 1)模型的装备故障预测

本研究以某型机载电台装备为预测对象，整个电台由前面板模块、微机模块、频综模块、主接收机模块、救生接收机模块、解扩解调模块、同步模块、激励模块和功放模块 9 个 SRU 构成。每种故障现象的发生都是由某个甚至某几个 SRU 模块出现故障导致的，SRU 模块出现故障其征兆表现为相关性能指标超出标称值范围，即所谓的测试项目超差，其中发射功率指标是重要参数之一。这里以 FM 发射功率（单位为 W）的一组测试数据作为故障预测的原始序列 $x^{(0)}(k)$ ，数据如表 4-5 所示。

表 4-5 FM 发射功率测试值

序列 k	$x^{(0)}(k)$	序列 k	$x^{(0)}(k)$
1	15.29	5	16.72
2	15.32	6	17.34
3	15.58	7	17.93
4	16.21	8	18.55

步骤 1：将表 4-5 数据累加生成累加序列 $x^{(1)}(k)$ ，如表 4-6 所示。

表 4-6 累加序列 $x^{(1)}(k)$

序列 k	$x^{(1)}(k)$	序列 k	$x^{(1)}(k)$
1	15.29	5	79.12
2	30.61	6	96.46
3	46.19	7	114.39
4	62.40	8	132.94

步骤 2～步骤 3：按最小二乘法求得参数。

$$a = -0.033\ 079; \quad b = 14.428\ 848$$

步骤 4：建立时间响应模型，按式（4.9）求得结果为：

$$451.486\ 282\exp\left(0.330\ 79k\right) = -436.196\ 282$$

步骤 5～步骤 7：最终计算得出预测值，测试值 $x^{(1)}(k)$ ，绝对误差和相对误差，如

表 4-7 所示。同时, 得出预测值与测试值的拟合曲线。

表 4-7 预测值、测试值、绝对误差和相对误差比较

序 号	预 测 值	测 试 值	绝对误差	相对误差
2	15.184 397	15.32	-1.135 621	-0.885 255
3	15.69 506	15.58	0.11 506	0.738 511
4	16.222 916	16.21	0.012 916	0.79 679
5	16.768 524	16.72	0.048 524	0.290 215
6	17.332 483	17.34	-0.007 517	-0.043 351
7	17.91 541	17.93	-0.01 459	-0.081 372
8	18.517 939	18.55	-0.032 061	-0.172 836

由表 4-7 可以看出, 预测值与实测值的绝对误差和相对误差很小, 说明预测模型的精度很高, 计算得出平均相对误差仅为 0.327 317%。经模型再进行 3 步预测, 得出:

$$x^{(1)}(9)=19.140735, x^{(1)}(10)=19.784476, x^{(1)}(11)=20.449867$$

这表明发射功率有增长趋势, 提醒人们应注意装备的检查维修。

装备的故障预测作为装备维修保障的关键技术, 探讨适宜的装备故障预测方法十分必要。通过对灰色理论的介绍和灰色预测模型的分析, 并在某型装备故障预测中加以应用, 结果表明 GM(1, 1)灰色模型在装备故障预测中是可行的, 从而可为装备维修保障人员在线监控装备状态, 正确制订装备维修计划, 提高装备维修性和确保装备可靠性提供依据和手段。

4.8.2 有效度原理的灰色线性回归模型的装备故障预测

1. 有效度原理的灰色线性回归模型的建模

最基本的灰色 GM(1, 1)预测模型在故障预测中存在诸多不足, 为提高模型的实用性和预测精度, 很多学者相继提出了多种改进灰色预测模型。本书中在灰色 GM(1, 1)模型和线性回归模型的基础上结合有效度原理建立新的灰色线性回归组合模型, 灰色线性回归组合模型是两种模型的拟合, 通过对等时距测量的原始数据进行模拟和预测来估计系统何时达到故障数据的上限, 以此来推断该系统的故障时间。下面来建立基

于有效度原理的灰色线性回归模型。

将基于有效度原理的组合加权系数确定方法引入到灰色预测模型中，以预测装备的故障间隔期，其建模的思路如下：

(1) 设原始数据总数为 N ， x_t 为所测电压的实际值， \hat{x}_t ， A_t 为模型的预测值和精度序列， E 和 σ 分别为序列精度的均值和均方差。

$$A_t = 1 - \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right|, \quad E = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N A_t, \quad \sigma = \frac{1}{N} \left[\sum_{t=1}^N (A_t - E)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

(2) 确定模型的有效度 $S = E \times (1 - \sigma)$ 。 (4.25)

(3) 确定灰色线性回归模型，设灰色模型和线性回归模型的有效度分别为 S_1 ， S_2 ，加权系数分别为 f_1 和 f_2 。

$$f_i = \frac{S_i}{\sum_j S_j} \quad i = 1, 2 \quad (4.26)$$

则组合模型为： $\hat{x} = f_1 \hat{x}_{1t} + f_2 \hat{x}_{2t} \quad t=1, 2, \dots, N$ (4.27)

2. 实例应用

雷达作为军队战斗力生成的重要组成部分，是收集各种军事情报、保持、恢复和提高战斗力的重要因素，一旦发生损坏或者故障，将会对战争产生巨大的影响，随着现代雷达系统的规模越来越大，它的性能和结构也变得更加复杂，特征参数的获取有时存在着不确定性和不完整性，传统的维修方式已经不能满足现代雷达发展的需求。因此，装备的预防性维修应运而生，它可以对装备进行适时适度的可控维修，对降低维修保障费用，提高战备完好率和任务成功率具有重要的意义。雷达发射机是雷达系统中造价最昂贵的部位，是为雷达提供大功率射频信号的无线电装置，对进行故障预测从而进行状态维修具有极其重要的意义。如果雷达发射机输出高压因某种因素发生变化，高压输出超过 25kV 的阈值时，就需要进行调整，从而控制输出高压以达到稳压效果，避免故障的发生。以某航空维修厂对 XX 型雷达发射机的输出高压等时距（每隔 50h 采集一次）测量数据作为原始数据，来估计系统达到故障数据的时间上限的阈

值,以此来推断该系统的故障时间,采样得到的一组波纹电压数据如表 4-8 所示。

表 4-8 输出高压的原始数据

测量次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
电压值/kV	19.92	20.06	20.21	20.43	20.68	20.97	21.84	22.62	23.83	24.82

1) 灰色模型模拟值

以表 4-8 中提供的输出高压采样数据的前 6 个数据作为原始序列,最后 4 个数据作为预测使用,从而建立 GM(1,1)模型,将原始数据进行一次累加生成和紧邻均值生成后,得到 B 和 Y 的值为:

$$B = \begin{bmatrix} -29.95 & -40.125 & -40.455 & -40.875 & -41.38 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Y = (20.06, 20.21, 20.43, 20.68, 20.97)^T$$

利用 MATLAB 软件,带入 B 和 Y 计算,可以得到 a 和 b 的值为 $a = -0.05288$, $b = 18.43106$,将 a 和 b 的值代入 GM(1,1)模型时间响应函数得到:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 368.456e^{0.05288t} - 348.536$$

做累减还原得到 GM(1,1)模型对原始序列的模拟值:

$$\hat{x}^{(0)}(t) = (20.01, 21.09, 22.24, 23.45, 24.72)$$

2) 线性回归模型的模拟值

将表 4-8 给出采样数据的前 6 个数据作为原始序列,最后 4 个数据作为预测使用,从而建立线性回归模型。用最小二乘法解得线性回归方程的参数 a 和 b 的值,从而得到线性回归方程为:

$$\hat{x}(t) = 0.209t + 19.645$$

可以得到线性回归模型对原始序列的模拟值:

$$\begin{aligned} X^{(0)} &= (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6),) \\ &= (20.06, 20.27, 20.48, 20.69, 20.90) \end{aligned}$$

3) 基于有效度原理的灰色线性回归模型的模拟值

根据灰色模型与线性回归模型所得出的电压的预测值与实际值,可以计算出 E 和 σ 的值,分别计算灰色模型和线性回归模型的有效度。

(1) 灰色模型的序列精度的均值 $E = 0.91046$, 均方差 $\sigma = 0.028$, 则灰色模型的有效度为 $S = E(1 - \sigma) = 0.885$ 。

(2) 线性回归模型的序列精度的均值 $E = 0.998\ 08$, 均方差 $\sigma = 0.0006$, 则线性回归模型的有效度为 $S = E(1 - \sigma) = 0.9975$ 。

根据灰色模型和线性回归模型的有效度,分别计算灰色模型和线性回归模型的加权系数,灰色模型的加权系数 $f_1 = 0.47$, 线性回归模型的加权系数 $f_2 = 0.53$, 则组合模型为:

$$\hat{x} = 0.47\hat{x}_{1t} + 0.53\hat{x}_{2t}$$

式中, \hat{x}_{1t} , \hat{x}_{2t} 分别表示灰色模型和线性回归模型预测值。

则灰色线性回归组合模型的模拟值为:

$$\begin{aligned} X^{(0)} &= (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6),) \\ &= (20.04, 20.65, 21.61, 21.98, 22.69) \end{aligned}$$

4) 三种模型得到的电压值比较分析

(1) 对线性回归模型、灰色模型、灰色线性回归模型得到的模拟值和实际值进行比较,如表 4-9 所示。

表 4-9 模拟值和实际值比较

测量次数	实 际 值	线性回归模型	灰色模型	灰色线性回归模型
		模拟值	模拟值	模拟值
2	20.06	20.06	20.01	20.04
3	20.21	20.27	21.09	20.65
4	20.43	20.48	22.24	21.31
5	20.68	20.69	23.45	21.98
6	20.97	20.9	24.72	22.69
平均相对误差 (%)		0.18	8.9	4.2

(2) 利用线性回归模型、灰色模型、灰色线性回归模型对后 4 组数据($x^{(0)}(7)$, $x^{(0)}(8)$, $x^{(0)}(9)$, $x^{(0)}(10)$) 进行预测, 并计算平均相对误差, 预测值和实际值的比较如表 4-10 所示。

表 4-10 预测值和实际值的比较

测量次数	实 际 值	线性回归模型	灰色模型	灰色线性回归模型
		预测值	预测值	预测值
7	21.84	21.11	26.06381	23.43
8	22.62	21.32	27.47916	24.21
9	23.83	21.53	28.97136	25.02
10	24.82	21.74	30.54459	25.87
平均相对误差 (%)		7.8	21.3	5.9

从以上的计算和分析可知, 虽然线性回归模型的模拟值精度较高, 但是预测值明显比实际值偏低, 这样会造成雷达发射机的输出电压偏高时不能及时发现, 引发故障, 这与预防性维修的基本理念和实际情况相违背, 因此这种方法不太适用于预防性维修; 而灰色模型的模拟值和预测值比实际值明显偏高, 这样会造成维修的浪费, 因此这种方法进行故障预测也存在明显的缺陷; 基于有效度原理建立的线性回归模型, 由于其本质上为组合模型, 能够综合线性和指数等多种信息, 使其模拟值和预测值介于单一的灰色模型和线性回归模型之间, 对预防性维修有一定的指导意义, 其用于故障预测具有一定的实用性。但同时我们也看到此方法的预测精度还不是很理想, 因此考虑用新陈代谢的方法来对模型进一步修正, 以提高其预测精度。

4.8.3 灰色新陈代谢模型的装备故障预测

在任何一个灰色系统的发展过程中, 随着时间的推移, 都将会不断地有一些随机扰动因素或者驱动因素进入系统, 使系统的发展相继受到影响。一般来说, 越往未来发展, 越是远离时间原点, 预测的意义就越弱, 所以在实际应用中, 必须考虑那些随着时间推移相继进入系统的扰动或驱动因素, 随时将每一个新得到的数据置入 $X^{(0)}$ 中, 建立新陈代谢模型进行动态预测, 这样才能保障预测精度。当置入一个新信息 $x^{(0)}(7)$ 后, 将 $x^{(0)}(1)$ 去掉, 仍然利用灰色线性回归模型对 6 组测量的数据进行模拟, 根据上述的计算步骤, 则可以得到三种模型的具体形式, 如表 4-11 所示。

表 4-11 新陈代谢模型

灰 色 模 型		线性回归模型		灰色线性回归模型	
$a = -0.01836$	$b = 19.51556$	$\alpha = 0.666$	$\beta = 18.93$	$f_1 = 0.496$	$f_2 = 0.504$
$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 1082.85e^{0.01836t} - 1062.79$		$\hat{x}(t) = 0.666t + 18.93$		$\hat{x} = 0.496\hat{x}_{1t} + 0.504\hat{x}_{2t}$	

利用灰色线性回归模型得到的 $(x^{(0)}(7), x^{(0)}(8), x^{(0)}(9), x^{(0)}(10))$ 的预测值为:

$$X^{(0)} = (21.93, 22.46, 23.00, 23.54)$$

新陈代谢的灰色线性回归组合模型的预测值的平均相对误差为 $\Delta = 2.43\%$ 。

由计算结果可知, 由于在原模型的基础上引入了新陈代谢算法, 不断去掉老信息, 置入新信息, 不断对模型的参数进行自适应调整, 使得整个预测模型一直处于更新和发展的过程中。通过实例验证的结果表明, 改进的新陈代谢灰色线性回归组合模型在自适应性和预测精度上都有显著提高, 能够比较精确地对武器装备进行故障预测, 从而为武器装备的故障预测提供了一条有效途径。

4.9 本章小结

本章首先总结了国内外对武器装备故障预测的模型和方法, 给出了目前主要的故障预测的方法, 模糊理论的故障预测、人工神经网络的故障预测、灰色 GM(1, 1) 模型的故障预测的模型, 并给出了故障预测的案例, 在此基础上提出了另外两种故障预测的方法, 一种是基于有效度原理的灰色线性回归模型进行故障预测, 同时又考虑到这种模型对远期预测的趋弱性, 提出利用新陈代谢的思想对其进行改进, 上述两种预测模型是根据运行系统的过去和现在状态变化趋势, 结合状态的预报方法, 估计系统将来的运行状态在何时可能达到故障状态的阈值, 以判断系统是否将会发生故障, 从而为武器装备的故障预测提供依据。

第5章 武器装备预防性维修备件的管理



随着武器装备在现代化战争中的地位不断提高，其对战争的影响越来越大。武器装备是部队的主要作战工具，其技术状态是否良好和性能的完好度等是决定战争胜负的主要因素，而维修又是确保武器装备良好性能和恢复的关键。因此武器装备维修管理的重要性就显得尤其突出，而备件管理又是维修管理工作的重要组成部分，它不仅影响修理质量和经济指标，也有助于维修活动的及时进行。备件的储备是否科学，对部队的维修活动会产生很大的影响：若备件储备过少，就会延长装备停机时间，影响装备的维修进度，影响装备的正常运转，对部队的作战和训练都会造成损失；若备件储备过多又会造成国防经费的压占。因此备件储备管理贯穿于部队维修管理的始终，是保证装备维修的进度和质量的关键。

在 20 世纪 20 年代，我国许多学者就已经开始对备件库存的简单模型进行研究，比较完善的库存理论在 50 年代基本形成。但随着越来越复杂的高端科技装备的出现，武器装备的系统特性也变得越来越强，随之也就要求装备的维修水平不断提高，客观上推动了诊断和检测技术为基础的视情维修的发展，同时也对备件的经济管理提出了更严峻的挑战，从 80 年代起，我国开始在一些城市建起了备件仓储中心，主要为了储存一些标准件和通用件，但是，由于当时存在的各方面原因，备件的储备工作一直发展得比较缓慢。

1915 年美国的 F.W 哈里斯开创了现代库存理论的先河，发表了关于经济订货批量的模型。第二次世界大战以后，由于发达国家工业水平的迅猛发展和管理工作科学化的要求，导致库存管理理论的发展和广泛应用，形成了定期定量模型、定期不定量模型、定量不定期模型等诸多的库存模型，这些库存模型在企业管理工作中得到了很好的应用。自 70 年代中期开始，国外的发达国家开始进行视情维修备件的库存管理，

计算机被广泛地应用于库存管理。伴随着维修逐步向全球市场化和专业化的发展,维修备件库存管理也开始向社会化和集中化发展。

5.1 基于层次分析法维修备件分类

武器装备的备件管理是进行维修的基本保障,是维修活动的重要组成部分,随着高科技在各种装备中的广泛应用,武器装备的复杂程度日益提高,维修备件供应的作用和地位与日俱增。同时,备件的需求也表现出间断性和随机性,科学合理的备件管理才能使维修任务完成得既经济又能保证进度,而备件分类管理是备件管理工作中的重要课题,是保证装备正常运行的前提。目前对维修备件进行分类储备的最常用的方法是帕累托分类法,又称为 ABC 分类法,其基本思想是通过定量和定性的分析,将备件按照分类的指标分为 ABC 三类,然后采取相应的存储策略。ABC 分类法有助于照顾一般,分清重点,因而应用广泛,然而其仅仅根据品种、金额的多少来进行备件的分类,缺陷也是很明显的。对维修备件进行分类的另外一种常用的方法是把紧急程度作为主要的分类准则来区分重要配件和一般配件,这种方法主要靠主观的判断,但在很多情况下,要判断某一个配件的紧急程度是非常困难的。因此本书采用层次分析法(AHP)进行建模,利用备件重要度这一指标对维修备件进行分类。

5.1.1 层次分析法简介

在 1973 年,美国运筹学家萨蒂提出了层次分析法 (Analytic Hierarchy Process),该种决策分析方法是一种将定性分析与定量分析相结合的方法。它把复杂形态问题中的各个因素,根据相关的关系和准则划分成相关联的、连续的有序层次,并使之条理化,同时根据定性的判断,对同一层元素之间的相对重要性进行定量描述,并给出每一层元素相对重要性权重,最后再根据各个指标的定量数值及其权值,对所研究的问题给出综合的评价。

层次分析法的特点:

(1) 简洁性。只要了解和掌握了 AHP 的基本原理和基本步骤就可进行层次机构

的分析。

(2) 实用性。AHP 法能对系统进行定性分析和定量分析,将定性和定量的因素完美结合在一起,在决策过程中进行统一的分析处理。

(3) 适用性。AHP 方法中的信息源主要来自于决策者对所需问题的认识,会使以往分析者和决策者难以沟通的实际状况有所改善。

(4) 系统性。AHP 方法将我们要研究和解决的问题看成是一个系统,对各个组成部分进行研究,同时充分考虑系统所处的环境,然后对研究的问题进行决策。

5.1.2 层次分析法的基本步骤

1. 系统层次结构的建立

首先把复杂的问题进行分解,把我们所要研究的系统的各组成部分进行条理化和层次化,构造层次结构模型。按属性将这些被分解的组成部分分成若干个小组,从而形成递阶层次,被分解的组成部分被称为元素,下层元素要受到上层元素准则层的约束。按照递阶层次结构,将层次分为三类,如表 5-1 所示。

表 5-1 层次及定义

层 次	定 义
最高层	问题所预定的目标元素只有一个,也称为目标层
中间层	这一层是为了实现最高的目标层所需要考虑的准则,该层由若干子层组成,包括准则、子准则。 这一层被称为准则层
最底层	最底层是可供选择的决策方案及措施,所以被称为方案层或措施层

层次结构模型的复杂程度由要解决的问题而定,层次结构模型的层次次数不受限制。但一般来说,每一层次中的元素最好不超过 9 个,因为元素过多将会给两两判断比较带来困难。

2. 构造层次结构的比较判断矩阵

在递阶层次结构中,设上层元素 C 为准则,下一层元素为 u_1, u_2, \dots, u_n 对准则 C 的相对重要性,即权重,可分两种情况讨论:

(1) 如果 u_1, u_2, \dots, u_n 对准则 C 的重要性可定量, 那么可直接确定。

(2) 如果问题较复杂, 不能直接确定 u_1, u_2, \dots, u_n 的定量权重, 只能定性地表述, 那么就采用两两互相比较的方法来确定权重。其方法是: 对于准则 C , 元素 u_i 和 u_j 哪一个更重要, 通常按重要的程度进行赋值。层次分析法通常采用的比例标度为 $1 \sim 9$, 表 5-2 中列出了 $1 \sim 9$ 标度的含义。

表 5-2 标度的含义

标 度	含 义
1	两个元素比较, 具有同等重要性
3	两个元素比较, 前者稍重要
5	两个元素比较, 前者明显重要
7	两个元素比较, 前者强烈重要
9	两个元素比较, 前者极端重要
2, 4, 6, 8	上述相邻比较判断的中间值
倒数	若元素 i 与 j 的重要性比值为 a_{ij} , 那么 j 与 i 的重要性比值为 $a_{ji} = 1/a_{ij}$

根据准则 C , 对 n 个元素间相对重要性进行比较, 可以得到一个判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 其中, a_{ij} 就是 u_i 和 u_j 元素相对于 C 的重要性的比例标度。判断矩阵 A 具有下列性质: $a_{ij} > 0, a_{ji} = 1/a_{ij}, a_{ii} = 1$ 。

3. 权重计算以及判断矩阵的一致性检验

1) 权重计算

若已知 n 个元素 u_1, u_2, \dots, u_n 对于准则 C 的层次判断矩阵为 A , 求 u_1, u_2, \dots, u_n 对准则 C 的权重 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, 用向量形式可表示为 $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 。在应用层次分析法进行方案决策时, 需要知道 A 关于准则 C 的权重, 若已知

$$A = (a_{ij})_{n \times n} = [w_i/w_j]_{n \times n} = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

求 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$

其求法有以下几种:

- 方根法

(1) 计算 \bar{w}_i , 其中 $\bar{w}_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}$ ($i=1,2,\dots,n$)

(2) 将 \bar{w}_i 规范化, 即进行归一化处理, 得到 w_i , 即

$$w_i = \frac{\bar{w}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{w}_i} \quad (i=1,\dots,n)$$

\bar{w}_i 即特征向量 \mathbf{w} 的第 i 个分量。

(3) 求最大特征值 λ_{\max} 。

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j}{n w_i}$$

- 和积法

(1) 将判断矩阵 \mathbf{A} 按列归一化。

$$\bar{b}_{ij} = a_{ij} / \sum_{k=1}^n a_{kj}$$

(2) 计算 w_i 。

$$w_i = \sum_{j=1}^n \bar{b}_{ij} \quad (i=1,\dots,n)$$

(3) 将 \bar{w}_i 规范化, 即进行归一化处理, 得到 w_i , 即

$$w_i = \frac{\bar{w}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{w}_i} \quad (i=1,\dots,n)$$

w_i 即特征向量 \mathbf{w} 的第 i 个分量。

(4) 求最大特征值 λ_{\max} 。

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j}{n w_i}$$

2) 一致性检验

在构造判断矩阵时要求其满足一致性。比如出现“B 比 A 重要, C 比 B 重要, 而 A 又比 C 重要”的判断结果, 逻辑上显然是错误的, 因此在计算权重向量之前, 我们还需要对判断矩阵进行一致性检验, 判断矩阵的一致性进行检验, 具体步骤如下:

(1) 计算一致性指标 CI。

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

查找平均随机一致性指标 RI。下面给出平均随机一致性指标, 这些平均一致性指标是通过 1~15 阶正负反矩阵计算 1000 次所得到的。平均随机一致性指标表见表 5-3。

表 5-3 平均随机一致性指标 RI

n	1	2	3	4	5	6	7	8
RI	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41
n	9	10	11	12	13	14	15	—
RI	1.46	1.49	1.52	1.54	1.56	1.58	1.59	—

(2) 计算一致性比例 CR。

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

当 $CR < 0.1$ 时, 一般认为其一致性可以接受, 对判断矩阵是满意的; 而当 $CR \geq 0.1$ 时, 认为应当对判断矩阵做适当的修正, 根据指标的重要性重新确立判断矩阵, 直到 $CR < 0.1$ 为止。

4. 组合权重的计算

组合权重的计算步骤如下所述。

设有方案层 P 、准则层 C 、目标层 A 一起构成了层次递阶模型，准则层 C 对目标层 A 的相对权重：

$$\bar{w}^{(1)} = (w_1^{(1)}, w_2^{(1)}, \dots, w_k^{(1)})^T$$

假设方案层的 n 个决策方案相对准则层中的各个准则的相对权重为：

$$\bar{w}_l^{(2)} = (w_{l1}^{(2)}, w_{l2}^{(2)}, \dots, w_{lk}^{(2)})^T \quad (l = 1, 2, \dots, n)$$

则这 n 个决策方案 P 对目标层 A 而言，其组合权重是通过权重 $\bar{w}^{(1)}$ 与 $\bar{w}_l^{(2)} (l = 1, 2, \dots, n)$ 的乘积得到的，其计算可采用表格式进行（见表 5-4）。

表 5-4 组合权重的计算

P 层	因素及权重	组 合 权 重
	$C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_k$	
	$w_1^{(1)} \quad w_2^{(1)} \quad \dots \quad w_k^{(1)}$	$V^{(2)}$
P_1	$w_{11}^{(2)} \quad w_{12}^{(2)} \quad \dots \quad w_{1k}^{(2)}$	$v_1^{(2)} = \sum_{j=1}^k w_j^{(1)} w_{1j}^{(2)}$
P_2	$w_{21}^{(2)} \quad w_{22}^{(2)} \quad \dots \quad w_{2k}^{(2)}$	$v_2^{(2)} = \sum_{j=1}^k w_j^{(1)} w_{2j}^{(2)}$
...
P_n	$w_{n1}^{(2)} \quad w_{n2}^{(2)} \quad \dots \quad w_{nk}^{(2)}$	$v_n^{(2)} = \sum_{j=1}^k w_j^{(1)} w_{nj}^{(2)}$

如果最低层是方案层，则可根据 v_i 的大小选择满意方案，来确定方案的取舍及排序。

5.1.3 实例分析

下面利用层次分析法对履带式自行火炮负重轮的轴承备件进行分类，看其是属于一般储备部件、重点储备部件、次重点储备部件，还是少量储备部件。履带式自行火炮负重轮的轴承在使用过程中受力复杂、工作环境恶劣，磨损十分厉害。长期以来轴承的使用可靠性较低，是自行火炮维修的主要备件，如果备件供应不及时，将严重影响自行火炮的正常使用和装甲部队的机动能力。以装备维修车间的某履带式自行火炮

负重轮的轴承为例，来验证此种方法的有效性。将火炮负重轮轴承按照可靠性、维修性、维护性、供应性、自身特性五个方面进行打分，打分采用使用、维修、管理三级主要责任人群组评定的办法进行，按照 1~5 分来打分。确定维修备件指标的打分方法见表 5-5 所示，通过专家打分确定轴承的指标评价价值如表 5-6 所示。

表 5-5 维修备件指标的打分方法

指 标	第一挡	第二挡	第三挡	第四挡	第五挡
	5 分	4 分	3 分	2 分	1 分
重要程度 C_1	关键设备	重要设备	次重要设备	主要设备	一般设备
专用程度 C_2	专用性很强	专用性较强	专用性一般	有备台	备台较多
同型数量 C_3	很多	较多	较少	很少	无
安环影响 C_4	非常大	很大	较大	较小	无
自修难易 C_5	非常容易	比较容易	有难度	难度较大	难度非常大
维修等级 C_6	非停机维修	停机小修	停机中修	停机大修	超常规 停机大修
停修损失 C_7	非常大	较大	较小	几乎无损失	无
操作影响 C_8	非常大	较大	一般	较小	无
维修影响 C_9	非常大	很大	较	一般	较小
管理影响 C_{10}	非常大	很大	较	一般	较小
订购难度 C_{11}	非常大	很大	较	一般	较小
供应周期 C_{12}	很长	很长	较短	很短	非常短
仓储费用 C_{13}	很小	较小	较大	很大	非常大
自裁能力 C_{14}	无	较弱	较强	很强	非常强
使用寿命 C_{15}	非常短	很短	较短	较长	很长
备件材质 C_{16}	非常复杂	很复杂	较复杂	较普通	非常普通

表 5-6 轴承的指标评价价值

指 标	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}
评价价值	4	4.5	2.5	1	2.5	4	4	5	5	3	3.5	3	2	5	5	3

(1) 首先按照可靠性、维修性、维护性、供应性、自身特性五个方面来建立层次结构模型，如图 5.1 所示。

(2) 构造判断矩阵，同时进行层次单排序和一致性检验。

在层次分析法中，为使判断矩阵中各要素的重要性能够定量显示，引进了矩阵判断标度(1~9 标度法)，同时利用 MATLAB 软件进行计算层次的单排序和一致性检验。判断矩阵如表 5-7 所示。

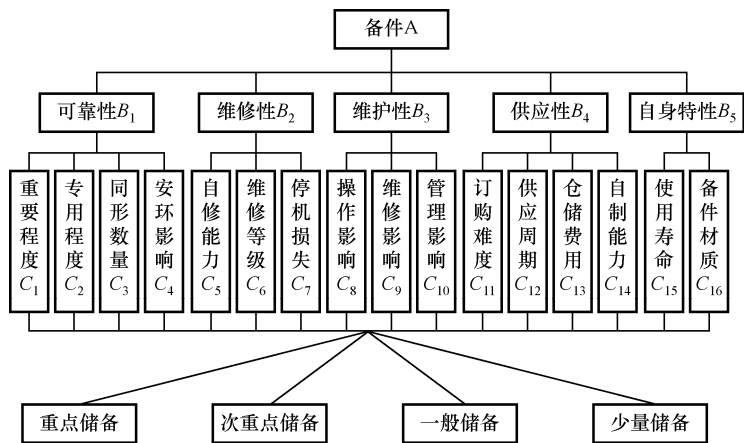


图 5.1 AHP 层次结构模型图

表 5-7 判断矩阵

A	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	W ⁽²⁾	B ₁	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	W ₁ ⁽³⁾
B ₁	1					0.3488	C ₁	1				0.4847
B ₂	1/2	1				0.2224	C ₂	1/3	1			0.1324
B ₃	1/8	1/5	1			0.0427	C ₃	1/2	3	1		0.3173
B ₄	1	1	6	1		0.2649	C ₄	1/7	1/2	1/5	1	0.0656
B ₅	1/3	1/2	3	1/2	1	0.1212						
一致性检验	$\lambda=5.0379$ CI=0.0095 RI=1.12 CR=0.0085<0.1					OK	一致性检验	$\lambda=4.0419$ CI=0.0140 RI=0.9 CR=0.0155<0.1				OK
B ₂	C ₅	C ₆	C ₇			W ₂ ⁽³⁾	B ₃	C ₈	C ₉	C ₁₀		W ₃ ⁽³⁾
C ₅	1					0.1222	C ₈	1				0.1062
C ₆	2	1				0.2299	C ₉	5	1			0.6333
C ₇	5	3	1			0.6479	C ₁₀	3	1/3	1		0.2605
一致性检验	$\lambda=3.0037$ CI=0.0018 RI=0.58 CR=0.0032<0.1					OK	一致性检验	$\lambda=3.0387$ CI=0.0194 RI=0.58 CR=0.0334<0.1				OK
B ₄	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄		W ₄ ⁽³⁾	B ₅	C ₁₅	C ₁₆			W ₅ ⁽³⁾
C ₁₁	1					0.4082	C ₁₅	1				0.7500
C ₁₂	1	1				0.4082	C ₁₆	1/3		1		0.2500
C ₁₃	1/5	1/5	1			0.0866						
C ₁₄	1/4	1/4	1	1		0.0969						
一致性检验	$\lambda=4.0062$ CI=0.0021 RI=0.9 CR=0.0023<0.1					OK	一致性检验	$\lambda=2.0000$ CI=0.0000 RI=0.0000 CR=0.0000<0.1				OK

(3) 层次总排序。

以 $W_k^{(3)}$ 为列向量构成矩阵:

$$W^{(3)} = (W_1^{(3)}, W_2^{(3)}, W_3^{(3)}, W_4^{(3)}, W_5^{(3)})$$

$$W = W^{(3)}W^{(2)}$$

得到 C 层元素对评价目标的总权重如表 5-8 所示。

表 5-8 C 层元素对评价目标的总权重

C 层次总权重 (%)							
C ₁	16.9063	C ₅	2.7177	C ₉	2.7042	C ₁₃	2.2940
C ₂	4.6181	C ₆	5.1130	C ₁₀	1.1123	C ₁₄	2.5669
C ₃	11.0674	C ₇	14.4115	C ₁₁	10.8132	C ₁₅	0.0909
C ₄	2.2881	C ₈	0.4535	C ₁₂	10.8132	C ₁₆	0.0303

$$CI = \sum_{j=1}^m b_j CI_j = 0.0067 \quad RI = \sum_{j=1}^m b_j RI_j = 0.7061 \quad CR = 0.0094 < 0.1$$

(4) 轴承备件重要度计算。

通过 AHP 分析法得到各个指标总的权重后, 利用各个指标总的权重和各个指标的评价值之积得到重要度这个综合指标, 用这个指标来说明轴承的总体重要度。轴承的重要度指标 BZD 的值为:

$$BZD = \sum X_{ij} Y_{ij} = 3.1$$

式中, BZD ——所评价备件的备件重要度;

Y_{ij} ——第 i 项要素第 j 项指标的权重;

X_{ij} ——第 i 项要素第 j 项指标评价值。

(5) 轴承备件的分类。

BZD 指标对备件性质的评价如表 5-9 所示。

表 5-9 备件性质的评价表

BZD 等级	$3.75 \leq BZD \leq 5$	$3.25 \leq BZD \leq 3.75$	$2.75 \leq BZD \leq 3.25$	$2.25 \leq BZD \leq 2.75$
备件性质	重点储备	次重点储备	一般储备	少量储备

因为 $2.75 \leq 3.1 \leq 3.25$ ，所以轴承这个备件属于一般储备的备件，达到了对维修备件进行分类的目的。我们结合维修备件管理的实际，采用定性分析和定量分析相结合的层次分析法，对自行火炮负重轮轴承的重要度进行了评价，得到了自行火炮负重轮轴承的分类储备对策，从而对维修工作有一定的指导意义。

5.2 基于重要度原理维修备件储备定额的确定

确定维修备件的储备定额，是备件管理中又一项重要的基础工作，是指导和编制备件计划、采购、订货、库存管理及储备的依据。在维修过程中，备件的储备定额定得越高，则维修的服务水平越高，但对资金的要求也就越高，同时备件的储备定额定得太高对维修部门来说也是一种很大的浪费。实际上，重要程度不同的备件，对其要求达到的服务水平也各不相同。对重要度低的备件，其服务水平的要求相应也低，重要度高的备件其服务水平相应的要求也高。

为了解决库存量和维修服务水平之间的矛盾，对于各种武器装备的维修备件，尤其是库存费用及价格昂贵的备件，应尽可能地找出其最佳的服务水平，从而在保证最佳服务的同时尽量使库存量降到最低，使备件的库存费用也相应达到最佳的利用水平。因此，这里通过维修备件的损耗规律来建立数学模型，利用重要度来确定维修的服务水平，通过维修的服务水平和最佳服务水平的关系来最终确定最佳储备定额，做到合理储备备件。

5.2.1 确定最佳储备定额的步骤

1. 备件的消耗概率的确定

备件受质量、工艺、材质、操作、环境、保养等多种因素的影响，其寿命也具有不确定性。假设机器故障的时间服从指数分布，那么需要修复的机器进入维修系统的

过程是一个泊松过程，则维修备件消耗也是泊松过程，则在一个订货周期内消耗 x 个备件的概率可以表示为：

$$p(x) = \frac{m^x}{x!} e^{-m} \quad (x=0,1,2,\cdots,n) \quad (5.1)$$

式中， m ——订货周期内某维修备件的平均消耗量；

$p(x)$ ——备件平均消耗量为 m 时消耗 x 件的概率。

2. 维修服务水平 $E(D)$ 的确定

维修备件的库存量能满足消耗的概率称为服务水平，建立库存量与服务水平之间的函数关系：

$$E(D) = \sum_{x=0}^D \frac{m^x}{x!} e^{-m} \quad (x=0,1,2,\cdots,D) \quad (5.2)$$

式中， $E(D)$ ——维修备件的服务水平；

m ——维修备件在单位时间内的平均消耗量；

D ——维修备件的库存量；

x ——某一单位时间内备件的消耗件数。

3. 最佳服务水平 $E_z(D)$ 的确定

根据各种备件重要度不同，来确定最佳服务水平，具体步骤方法如下所述。

(1) 利用 AHP 法来计算备件重要度 BZD，BZD 的取值范围在 1~5 之间。

(2) 备件的最佳服务水平 $E_z(D)$ 与 BZD 有如下关系：

$$E_z(D) = \alpha \text{BZD} \quad (5.3)$$

(3) 求 $E_z(D)$ 的值，令备件 BZD=5， $E_z(D)=1.0$ ，可求得 $\alpha=0.2$ ，则

$$E_z(D) = 0.2 \text{BZD} \quad (5.4)$$

4. 确定最佳储备定额

假设 $E(D) \approx E_z(D)$ ，然后利用式 (5.2) 试算求出备件此时的库存量 D 和 $E(D)$ 的值。由于 $E_z(D)$ 是定性评价值，因而，在确定最佳储备时，允许 $E_z(D)$ 与 $E(D)$ 之间存在一定的偏差 μ 。一般来说，该偏差值应大于 -0.01 ，即 $\mu = E(D) - E_z(D) \geq -0.01$ 。通过试算和检验以后得到满足最佳服务水平时的最佳储备定额为 D 。

5.2.2 实例分析

以 5.1 节装备维修车间的某履带式自行火炮负重轮的轴承为例来验证此种方法的有效性，根据某年 1-10 月份的轴承的月平均消耗量统计，可得到每月的消耗量如表 5-10 所示。

表 5-10 轴承的月消耗量

月 份	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
每月消耗量	3	8	1	4	2	3	0	3	1	5

(1) 轴承的月平均消耗量 $m = (3+8+1+4+2+3+3+1+5)/10=3$ ，根据式 (5.1) 可求得当 $m=3$ 时消耗 x 件的概率：

$$p(0) = \frac{3^0}{0!} \times e^{-3} = 4.99\% ; \quad p(1) = \frac{3^1}{1!} \times e^{-3} = 14.99\% ; \quad p(2) = \frac{3^2}{2!} \times e^{-3} = 22.40\% ;$$

$$p(3) = \frac{3^3}{3!} \times e^{-3} = 22.40\% ; \quad p(4) = \frac{3^4}{4!} \times e^{-3} = 16.80\% ; \quad p(5) = \frac{3^5}{5!} \times e^{-3} = 10.08\% ;$$

$$p(6) = \frac{3^6}{6!} \times e^{-3} = 5.04\% ; \quad p(7) = \frac{3^7}{7!} \times e^{-3} = 2.16\% ; \quad p(8) = \frac{3^8}{8!} \times e^{-3} = 0.81\% ;$$

将上述计算的结果绘成坐标图，则可以得到当 $m=3$ 时的泊松分布图，如图 5.2 所示。

(2) 根据式 (5.4) 计算轴承的最佳服务水平 $E_z(D)$ 为 62%；

(3) 维修服务水平 $E(D)$ 的确定，利用式 (5.2) 试算得出 $E(D)$ 。

当 $m=3$ 时，即库存 2 件能满足消耗的概率是： $E(D) = P(0 \leq x \leq 2) = 42.38\%$ ；

当 $m=3$ 时，即库存 3 件能满足消耗的概率是： $E(D) = P(0 \leq x \leq 3) = 64.78\%$

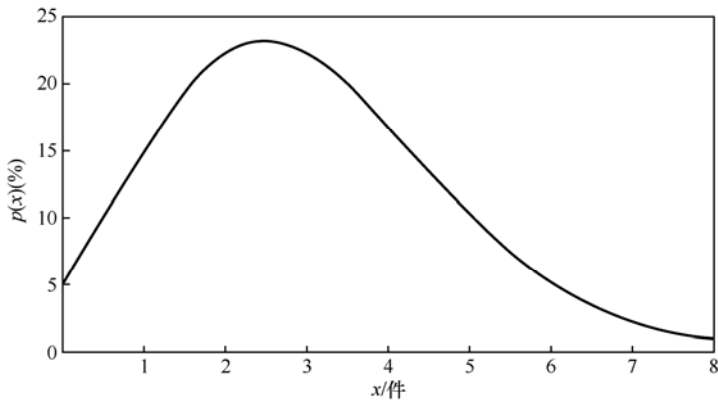


图 5.2 当 $m=3$ 时的泊松分布图

当 $m=3$ 时, 即库存 4 件能满足消耗的概率是 $E(D)=P(0 \leq x \leq 4)=81.58\%$ 。

(4) 最佳储备定额的确定。

当 $m=3$ 时, 即库存 3 件时, 维修的服务水平为 $64.78\% > 62\%$, $\mu = E(D) - E_z(D) \geq -0.01$ 。

所以轴承的库存量取 3 件是最佳储备量。

通过自行火炮负重轮轴承备件的损耗规律得到维修的服务水平, 利用维修服务水平 and 最佳服务水平的关系最终确定负重轮轴承最佳储备定额, 该方法可以提高备件储备定额的有效性和精确度, 为装备维修部门制订最佳储备定额提供可靠的依据, 从而对维修工作有一定的指导意义。

5.3 基于 GERT 模型维修备件订货间隔期的预测

5.3.1 常用的订货间隔期的确定方法

备件的存储问题从本质上是一种具有周期性的随机过程, 这给备件的采购工作带来一定的困难, 如何科学有效地确定合理的订货间隔期对备件管理具有极大意义。前人在这方面也做了很多的工作, 得到了很多重要的结论, 给出了常用的确定型需求的订货间隔期模型和随机需求订货间隔期模型, 但是对于随机波动需求的订货间隔期的

预测还缺少有效的工具。基于以上原因,本书给出了利用 GERT 网络模型对订货间隔期进行预测的方法,希望对备件的管理工作有所帮助。

1. 确定型需求的订货间隔期

单位时间内需求的备件为已知常数的模型为确定型储备模型,确定型模型的订货间隔期是根据经济订货批量来确定的。下面给出 5 种确定型订货间隔期的确定方法。

1) 货源充足,用完后进货,不允许缺货

经济订货批量 Q^* 为:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2qC_0}{C_a}} \quad (5.5)$$

经济订货周期 T^* 为:

$$T^* = Q^*/q = \sqrt{(2C_0)/(qC_a)} \quad (5.6)$$

式中, q ——某种备件的月消耗量;

C_0 ——备件的订货费用;

C_a ——每个备件储存一个月费用。

2) 货源紧张,用完后进货,不允许缺货

这种情况下,应设有保险储量,在到货不及时的情况下不至于使维修中断,常常采用订货点和确定订货提前期的办法来解决。

订货周期 T 为:

$$T = T^* - t_d$$

式中, t_d ——订货提前期。

3) 货源充足,用完后进货,允许缺货

这种情况不设保险储备量,但会由于缺货而产生损失费。

经济订货批量 Q^* 为:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2qC_0(C_a + C_b)}{C_a C_b}}$$

经济订货周期 T^* 为:

$$T^* = Q^*/q = \sqrt{\frac{2C_0(C_a + C_b)}{qC_a C_b}}$$

式中, C_b ——每个备件的缺货损失费。

4) 货源充足, 进货期内陆续进货, 不允许缺货

这种情况一般发生在自制备件或采用协作供应备件的形式。

经济订货批量 Q^* 为:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0 P q}{C_a(P - q)}}$$

经济订货周期 T^* 为:

$$T^* = \frac{Q^*}{q} = \sqrt{\frac{2C_0 P}{C_a q(P - q)}}$$

式中, P ——为备件的进货速度;

q ——为备件的消耗速度。

5) 货源充足, 进货期内陆续进货, 允许缺货

经济订货批量 Q^* 为:

$$Q^* = \sqrt{\left(\frac{2qC_0}{C_a}\right)\left(\frac{C_a + C_b}{C_b}\right)\left(\frac{P}{P - q}\right)}$$

经济订货周期 T^* 为:

$$T^* = \sqrt{\left(\frac{2C_0}{qC_a}\right)\left(\frac{C_a + C_b}{C_b}\right)\left(\frac{P}{P - q}\right)}$$

上述5种确定型需求的订货间隔期模型，是在需求量稳定的情况下求得的，也就是在需求量一定的情况下得到的。但是在实际的维修过程中，备件的需求是随机波动的、动态的，所以上述的订货间隔期并不适合维修部门。

2. 随机需求订货间隔期

随机需求的订货策略发展到今天，有许多新的研究成果，如考虑供应链风险的库存管理问题、多级供应链的库存管理问题、研究数量折扣和价格折扣的库存管理问题、可控订货提前期的库存管理问题等。根据订购量和订货点选择方式的不同，随机需求的基本订货策略有以下四种：

- (1) 连续性检查库存的固定订货点、固定订货批量策略，即 (r, Q) 策略。
- (2) 连续性检查库存的固定订货点、最大库存水平策略，即 (s, S) 策略。
- (3) 周期性检查库的最大库存水平策略，即 (t, S) 策略。
- (4) 周期性检查库存的固定订货点、最大库存水策略，即 (t, s, S) 策略。

上述给出的四种随机订货模型都是在连续检查库存水平的情况下来进行订货的，订货的间隔期仅仅根据库存水平决定，但是很多时候，我们要对订货的间隔期进行预测，以便对订货的资金进行合理安排，防止由于资金储备的不足而使维修时间推迟，影响装备的使用。这里主要是利用 GERT 随机网络建模，计算在随机需求下的订货间隔期以及存储系统的平均存储量，对维修工作具有一定的指导意义。下面给出基于 GERT 网络模型的维修备件的订货间隔期的确定方法。

5.3.2 GERT 随机网络的基本理论

在1962年，由 Eisner, Elmaghraby 和 Pritsker 提出 GERT (Graphical Evaluation Review Technique) 简称图示评审技术，其作为一种带“决策盒”广义网络技术，这是一种具有概率分支网络的初步形式。此后，经过 S. E. Elmaghraby 和 A. A. B. Pritsker

等人逐步完善和改进,形成了现在的 GERT 型网络技术。这种融合了概率论的矩母函数和控制论中的信号流图等多种理论的方法已广泛应用于很多方面,例如,Abdi 等利用 GERT 网络技术分析了小麦产品生产流程;赵忠和谢家平将该模型应用在产品回收再制造零部件和可再生材料中;方志耕等将贝叶斯理论和 GERT 网络技术相结合,建立了灾害演化 GERT 网络模型;刘思峰和阮爱清将随机网络理论和灰色系统理论相结合,构建了灰色随机网络模型;俞斌等构建了组合 C 标记矩母函数模型,扩展了 GERT 的解析算法。下面对 GERT 网络模型的基本理论进行阐述,以便为订货间隔期预测及排队维修模型参数的确定提供理论基础。

1. 矩母函数

1) 矩母函数的定义

对于随机变量 X 和任意的实数 s , 令 $M_X(s)$ 是随机变量 X 的矩母函数, 并且定义:

$$M_X(s) = E[e^{sx}] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{sx} f(x) dx, & \text{连续随机变量} \\ \sum_{\forall x} e^{sx} p(x), & \text{离散随机变量} \end{cases} \quad (5.7)$$

当随机变量 X 为有界时, 数学期望 $E[e^{sx}]$ 对所有的 s 都存在。若 X 无界, 则对某些 s , $E[e^{sx}]$ 存在, 而当 s 取其他数值时, $E[e^{sx}]$ 的数学期望有可能不存在。但当 $s=0$ 时, $M_X(s) = E[e^{sx}] = 1$ 是必定存在的。

2) 矩母函数性质

矩母函数具有如下重要性质, 这些重要的性质将在随机网络 (GERT) 中得到应用。

性质 1 矩母函数对于 s 的各阶导数在 $s=0$ 处的值, 就是随机变量 X 的各阶原点矩。

证明 对矩母函数求一阶偏导可以得到:

$$\left[\frac{\partial}{\partial s} M_X(s) \right]_{s=0} = \left[\frac{\partial}{\partial s} \int_{-\infty}^{\infty} e^{sx} f(x) dx \right]_{s=0} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^{sx} f(x) dx \right]_{s=0} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = E[X] \quad (5.8)$$

或者可以写成 $M'_X(0) = E[X]$ 。同样，对于离散型随机变量，可以按照上述定义得到相同的结论。

同理，可以证明：若随机变量 X 的矩母函数在 $s=0$ 处各阶导数均存在，则

$$M_X^n(0) = \left[\frac{\partial^n}{\partial s^n} M_X(s) \right]_{s=0} = E[X^n] \quad (5.9)$$

随机变量 X 的 n 阶原点矩等于矩母函数的 n 阶导数在 $s=0$ 处的值，同时可以通过计算得到各阶中心矩，因此矩母函数又被称为矩生成函数。

下面给出矩母函数的其余几条性质：

性质 2 若某一概率分布的矩母函数是存在的，则也必定是唯一的。

性质 3 若随机变量 X 的矩母函数是存在的，则对随机变量 $Y = aX + b$ ， Y 的矩母函数为 $M_Y(s) = e^{bs} M_X(as)$ 。

性质 4 若 X_1, X_2, \dots, X_n 为 n 个独立的随机变量，对应的矩母函数 $M_{X_i}(s)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 均存在，则各随机变量和的矩母函数为各随机变量矩母函数的乘积。

2. 信号流图的拓扑方程

1) 信号流图基本概念

信号流图是一种线性系统的分析和构模工具，是表示若干个变量彼此之间关系的网络图，最初用在配电网络的分析计算上，后来逐步扩展到工程中的其他线性系统，比如自动控制、概率与统计、电路分析及随机网络等。在信号流图中，系统的元素用箭头和节点来表示。节点代表一定的变量，箭头表示变量之间的关系，也就是节点之间的传递系数或传递函数，这些传递系数或者传递函数可以由一个或若干个参数组成，箭头的方向表示互相联系的节点之间的传递方向。在任一系统中，对于任意两个相邻的节点 i 和节点 j ，若存在一个联系它们的有向箭头 ij ，节点 i 对应一个独立变量 x_i ，节点 j 对应一个相关的变量 x_j ，则箭头的参数 t_{ij} 表示一定的传递关系，它表示传递 x_i 值的因子。上述这些都是信号流图的基本要素，信号流图的基本特征是由节点定律来确定的。节点定律表明：节点上的变量值等于引入该节点各前导节点传递值

的总和。

$$x_k = \sum_{\forall j} x_i t_{jk} \quad (5.10)$$

式(5.10)表明,各节点所代表的变量之间的关系具有线性关系,只要这些线性方程组有解,就可以确定信号流图中各个节点上的变量值。

2) 梅森方程

为了求解复杂结构的信号流图,在1953年,梅森(Mason)提出了方程,为了说明该方程的应用,首先对以下概念进行说明:

环——在信号流图中,当终节点与开始节点完全重合时,联结这些节点的封闭路径被称为环。

一阶环——环内每一节点都可由环内任何其他节点到达,但其中不包含任何其他环,我们称这种环为一阶环。

n 阶环——当信号流图中存在一组 n 个一阶环,而该组一阶环之间不存在公共节点时,则称该组一阶环为 n 阶环。当 n 取2,3,4...时,分别为二阶、三阶或四阶环等。

闭信号流图——当信号流图中的每个节点(或箭头)都至少属于一个环时,该图称为闭信号流图。

一阶环可表示成一组串联的有向箭头,且首尾相重,其等价传递系数就等于各箭头上传递系数的乘积。根据定义,一个 n 阶环包含 n 个点不相交的一阶环,若每个一阶环都可简化成单箭头的等价信号流图,则 n 阶环的传递系数就等于 n 个一阶环的传递系数的乘积。

根据上述概念,梅森的方程表述如下所述。

设: x_i , x_j ——信号流图中任意两个节点的变量值;

T_{ij} ——由节点 i 到节点 j 的等价传递系数;

$$\text{则} \quad T_{ij} = \frac{x_j}{x_i} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n p_k \Delta_k \quad (5.11)$$

式中, Δ ——信号流图的特征式, 即

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - \sum T(L_1) + \sum T(L_2) - \sum T(L_3) + \cdots \\ &= 1 - \sum \text{奇阶环的传递系数} + \sum \text{偶阶环的传递系数} \end{aligned}$$

p_k ——由 i 到 j 第 k 条路径上的传递系数;

Δ_k ——消去与第 k 条路径有关的全部节点和箭头后剩余图的特征式。

3) GERT 网络的传递函数

GERT 网络是只包含“异或”型节点的随机网络。从理论上来说, 把矩母函数的特征和信号流图原理结合起来, 就形成了 GERT 网络解析算法的基础。

令网络 $G = (N, A)$, 其中节点集合 N 中仅含“异或”型节点, 并设随机变量 t_{ij} 为活动集合 A 中第 (ij) 个活动的周期。按照节点之间的逻辑关系, 活动 (ij) 必须是在节点 i 实现时才能执行。因而, 我们要知道活动 (ij) 的执行情况, 就须知道给定节点 i 在实现的条件下, 活动 (ij) 可能被执行的概率, 以及随机变量 t_{ij} 的概率密度函数(连续变量)或概率分布(离散变量)。

下面我们令 $f(t_{ij})$ 为活动 (ij) 的条件概率密度函数, 则随机变量的条件矩母函数为:

$$M_{ij}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{st_{ij}} f(t_{ij}) dt_{ij} \quad (5.12)$$

令 p_{ij} 为节点 i 实现时, 活动 (ij) 被执行的概率。

并定义 $W_{ij}(s)$ 为活动 (ij) 的传递函数, 使得:

$$W_{ij}(s) = p_{ij} M_{ij}(s) \quad (5.13)$$

对于一个每项活动都有两项参数 p_{ij} 和 t_{ij} 的网络 G , 我们总可以用一个与原网络结构相同, 但每项活动上只有一个参数 $W_{ij}(s)$ 的网络 G' 来代替, 如图 5.3 所示。



图 5.3 G' 来代替 G

利用信号流图的原理, 对具有 $W_{ij}(s)$ 函数的网络, 求解其等效 $W_E(s)$ 函数, 再按矩母函数的特征, 通过一定换算过程, 就可以得到网络的等价参数 P_E 和 T_E 。这个过程将矩母函数和信号流图原理在 GERT 网络中结合起来, 提供了求解随机网络的工具。

4) GERT 网络求解原理

闭信号流图的特征式必等于零, 这个结论同样适用于 GERT 网络。图 5.4 表示的是闭合的 GERT 随机网络。

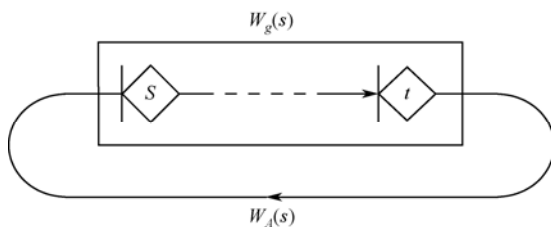


图 5.4 闭合的 GERT 随机网络

下面求闭合 GERT 网络的 W 参数, 令 H 表示具有 W 参数的闭合网络的特征值, 则

$$H = 1 - W_E(s)W_A(s) = 0$$

又根据

$$W_E(s) = p_E M_E(s)$$

根据矩母函数的特征, 当 $s=0$ 时:

$$W_E(0) = p_E M_E(0) = p_E \int_{-\infty}^{\infty} e^{st} f(t) dt \Big|_{s=0} = p_E$$

因而, 等价概率 p_E 就等于等价传递函数 $W_E(s)$ 在 $s=0$ 时的值。

即

$$p_E = W_E(s) \Big|_{s=0} \quad (5.14)$$

若利用信号流图中的梅森公式求解出任意 GERT 网络的等价传递函数 $W_E(s)$, 则可以求得相应的矩母函数 $M_E(s)$:

$$M_E(s) = \frac{W_E(s)}{p_E} = \frac{W_E(s)}{W_E(0)} \quad (5.15)$$

然而,在 CERT 网络分析中,除了希望知道从源节点到终节点之间的等价概率 p_E 以外,还需要得到有关周期或时间等方面的参数,如平均周期,分布的方差等。矩母函数的基本性质对求解这些参数带来了很大的方便。

根据矩母函数的基本性质,矩母函数的 n 阶导数在 $s=0$ 处的数值,即随机变量的 n 阶原点矩,因此有:

$$\begin{aligned} E[t] &= t_E = \frac{\partial}{\partial s} [M_E(s)] \Big|_{s=0} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)} \right] \Big|_{s=0} \\ E[t^2] &= t_E = \frac{\partial^2}{\partial s^2} [M_E(s)] \Big|_{s=0} = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)} \right] \Big|_{s=0} \\ V[t] &= E[t^2] - (E[t])^2 = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)} \right] \Big|_{s=0} - \left\{ \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)} \right] \Big|_{s=0} \right\}^2 \end{aligned}$$

由此可知,对于任意的 GERT 网络,我们应首先对各项活动定义其 W 函数,并利用信号流图原理来求得网络的等价传递函数 $W_E(s)$,再利用矩母函数的基本性质,即可反演得到网络的所有参数。这体现了 GERT 解析法的基本思路,它可以求任意节点之间的 $W_E(s)$,只要把终结点引出的箭头全部删掉就可以求出任意两个点之间的 $W_E(s)$,也就是能求出任意两个节点之间的 P_E 和 T_E 。

以上解析法分析过程,不局限于求解 GERT 网络由源节点到终节点之间的和网络参数传递函数,也可以在网络中任一节点到另一节点之间,通过引入闭合反馈活动,求得相应的其他概率参数和等价传递函数。对于具有多个终节点和多个源节点的 GERT 网络同样也适用。

综上所述,可将 GERT 网络解析法求解步骤归纳如下:

(1) 根据实际问题或实际系统的基本特征,构造出 GERT 网络模型。

(2) 收集网络模型中各项活动的基本参数,以便用 W 函数来描述每项活动的传递关系,如活动周期的概率密度函数、活动被执行的概率和数学期望等。

- (3) 应用信号流图中的拓扑方程来求解网络的等价概率和等价传递函数。
- (4) 根据 W 函数的定义, 将等价传递函数转变为等价矩母函数。
- (5) 通过等价矩母函数的反演可以求出网络的各项基本参数。

5.3.3 GERT 网络模型的订货间隔期的实例分析

针对随机波动需求的订货间隔期预测的难点, 我们将 GERT 随机网络模型引入存储问题的订货间隔期预测中。GERT 网络恰恰是一种针对随机变化的环境条件和系统内部随机因素共同作用下对系统的一种网络描述, 这也恰好能解决随机波动需求的订货间隔期的不确定问题, GERT 网络丰富的节点和箭线参数能够对系统进行恰当描述, 将复杂的过程转化为直观形象的网络图。另外 GERT 中参数能对事件的概率分布进行合理表达, 最重要的一点是 GERT 网络能对整个存储系统运用相应的解析算法, 进而求出解析表达式, 经过相应转化能得到相关指标, 例如, 两次订货之间的平均间隔时间、系统的平均存储水平、指定某个提货过程在两次订货之间发生的次数、指定某个提货过程发生 k 次, 订货发生次数等; 这些参数能为我们科学地管理仓库、合理安排订货等提供数据支持。下面给出具体的例子, 说明 GERT 网络模型在预测武器装备维修备件的订货间隔期上的应用。

根据 XX 雷达维修所的存储系统的数据, 对于价格比较昂贵的维修备件, 维修所每周对备件的存储量进行一次盘点, 如果发现备件的存储量已达到最低允许水平 q , 则立即进行订货, 使存储量恢复到正常水平 Q , 假设订货后即可到货。维修部门定期来提取备件, 当库存为 0 时, 则维修部门一直等至备件到达为止。把备件的存储量水平看作是 GERT 网络的各个状态。根据资料, 正常的存储水平是 $Q=3$, 最低允许水平 $Q=0$, 维修备件每次提货数量的概率分别为 $P(0)=0.5$, $P(1)=0.4$, $P(2)=0.1$, 提货的间隔时间为 3 周。

1) 建立 GERT 网络模型

首先画出 GERT 网络模型, 然后根据公式 (5.12) 求各节点间的矩母函数, 当提货的时间间隔为 3 周时, 则矩母函数:

$$M_{ij}(s) = E[e^{st}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{st_{ij}} f(t_{ij}) dt_{ij} = e^{3s}$$

从而可以得到节点之间的传递函数为：

$$W_{ij}(s) = p_{ij}e^{3s}$$

根据各个节点传递的概率和所求的矩母函数，可以得到 GERT 网络模型如图 5.5 所示。

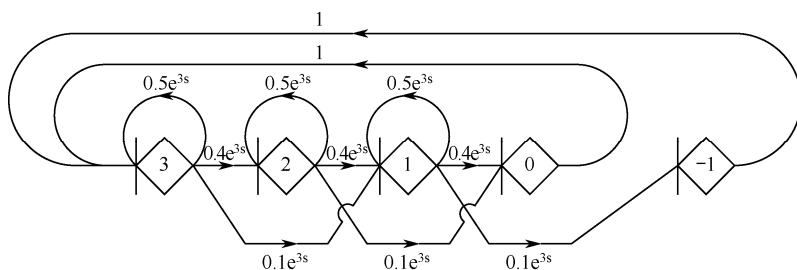


图 5.5 GERT 网络模型图

图中节点-1表示因缺货而使提货者等待的状态。从节点0和-1返回节点3的活动表示订货及到货的情况。即刻到货表示到货的时间为零，由于到货的时间为零，所以从-1和0节点到3节点的时间为 $t=0$ ，根据公式(5.12)，得到矩母函数 $M_{ij}(s)=1$ ；概率 $P_{ij}=1$ ，传递函数 $W_{ij}(s)=1$ 。

2) 求两次订货的时间间隔

为了确定两次订货之间的时间间隔，我们将 GERT 网络中引向节点3的订货活动移到虚节点3'，如图 5.6 所示，各个节点之间的传递函数没有变化。

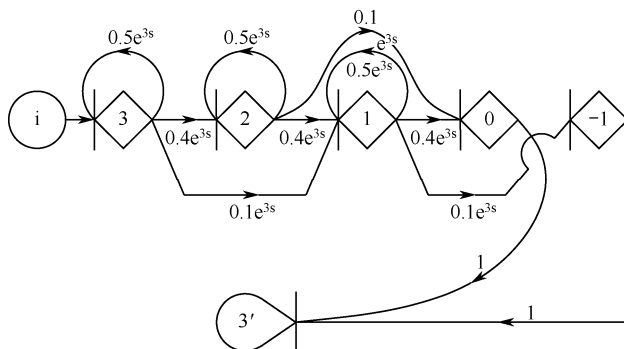


图 5.6 构建虚节点后的 GERT 网络模型图

于是 3 到 3' 的传递函数为:

$$W'_{3,3}(s) = \frac{0.09e^{6s} + 0.035e^{9s}}{1 - 0.5e^{3s} - 0.5e^{3s} - 0.5e^{3s} + 3 \times 0.25e^{6s} - 0.125e^{9s}}$$

$$W'_{3,3}(0) = p_E = 1$$

则矩母函数 $M'_{3,3}(s)$ 为:

$$M'_{3,3}(s) = \frac{W'_{3,3}(s)}{W'_{3,3}(0)} = \frac{0.09e^{6s} + 0.035e^{9s}}{(1 - 0.5e^{3s})^3}$$

对矩母函数求导, 令 $s=0$, 则得到两次订货的时间间隔期为:

$$\left. \frac{dM'_{3,3}(s)}{ds} \right|_{s=0} = 15.84$$

即两次订货之间的平均时间间隔期为 15.84 周。

3) 求备件的平均存储水平

为了求两次订货期间备件的平均存储量水平, 将 5.6 所示网络图中所有实变量 s 均用变量 v_s 来代替, 其中 v 表示每周的平均存储量, v 的值取两个状态节点的平均值, 例如, 在状态 3 和 2 之间 v 的值为 $v = \frac{3+2}{2} = 2.5$, 在状态 2 和 1 之间 v 的值为 $v = \frac{2+1}{2} = 1.5$, 则图 5.6 变为下面的 GERT 网络模型图, 如图 5.7 所示。

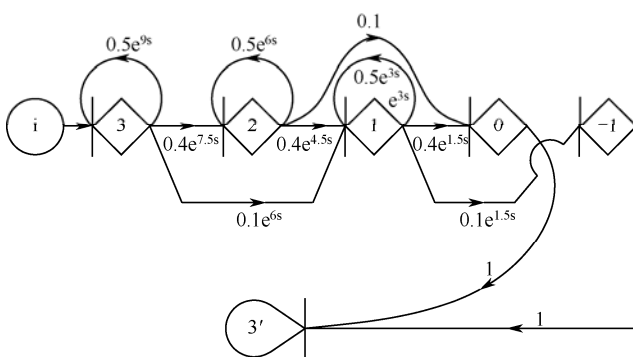


图 5.7 平均存储量水平 GERT 网络模型图

于是 3 到 3' 的传递函数为:

$$W'_{3.3}(s) = \frac{0.035e^{13.5s} + 0.04e^{10.5s} + 0.05e^{7.5s}}{1 - 0.5e^{9s} - 0.5e^{6s} - 0.5e^{3s} + 0.25e^{15s} + 0.25e^{12s} + 0.25e^{9s} - 0.125e^{18s}}$$

$$W'_{3.3}(0) = p_E = 1$$

则所求得的网络等价矩母函数 $M'_{3.3}(s)$ 为:

$$M'_{3.3}(s) = \frac{0.035e^{13.5s} + 0.04e^{10.5s} + 0.05e^{7.5s}}{(1 - 0.5e^{9s})(1 - 0.5e^{6s})(1 - 0.5e^{3s})}$$

对矩母函数求导, 令 $s = 0$, 得到的数值为两次订货期间平均存储量的总和, 则

$$\left. \frac{dM'_{3.3}(s)}{ds} \right|_{s=0} = 28.14$$

用两次订货期间平均存储量的总和除以求得的订货平均间隔时间, 即可得到平均的存储量水平为 $28.14/15.84 = 1.78$ 件。

5.4 基于灰色马尔可夫模型的维修备件需求预测

5.4.1 常用的备件需求预测方法

在武器装备维修的管理工作中, 装备维修备件需求量的预测是维修备件库存管理的基础, 是维修备件管理中非常重要的一个环节, 备件需求量预测的准确性, 对构建库存模型、制定备件库存策略等都会产生重要的影响。但备件需求的随机性在很大程度上增加了需求预测的难度, 所以装备维修的管理者和相关的研究者试图去寻找维修备件随机需求的预测方法。

导致备件需求预测困难一般有以下几个原因:

(1) 备件需求的发生是随机且间断的, 为了简化备件需求的预测方法, 我们常常简单地把间断、随机的需求和连续性需求等同起来, 但如果这样, 可能会使建立的模型和实际维修情况相差甚远, 失去所描述对象的一些重要特点, 从而导致备件需求预测失去意义。

(2) 备件需求发生的原因也是多方面的, 在相邻的时间段里, 维修备件的需求会

随着装备的老化和使用表现出一定的自相关性，同时，装备的使用方式、维修策略和维护方式等都将影响备件需求发生的数量和时间。这些情况表明，备件的需求规律与老化、使用、维修等因素之间存在着比较复杂的关系，因而使得维修备件的需求表现出跳跃性、突发性和较大的波动性。

(3) 备件需求对预测方法限制较多，而且很多时候，所得到的备件需求的历史数据又非常有限，因而也加大了维修备件需求量的预测难度。

根据预测方法的原理，人们将备件需求预测的方法分为三种：第一种是基于人工智能的预测方法；第二种是以可靠性为基础的预测方法；第三种是基于历史数据的预测方法。下面分别阐述这三种备件需求预测方法的研究现状。

1. 基于人工智能的备件需求预测方法

基于人工智能的备件需求预测方法主要利用支持向量机（Support Vector Machines, SVM）或人工神经网络（Artificial Neural Network, ANN）等人工智能工具和方法研究备件需求规律。王文提出了基于影响因素的 SVM 回归预测方法和基于时间序列的 SVM 回归预测方法；Kuo 采用遗传算法对销售情况进行了预测；Hua 和 Zhang 利用 SVM 预测备件非零值需求的发生时刻；Li 等人利用增强模糊神经网络，对汽车工业在中心仓库的备件需求量进行预测。基于人工智能的预测方法具有很大的主观性和随机性，而且需要大量的统计样本，这些因素都限制了人工智能方法的应用。

2. 基于可靠性的备件需求预测方法

基于可靠性的备件需求预测方法是从零部件的损坏机理出发，建立相应的数学模型，在预测备件需求量时，着重考察备件的消耗过程。鄂卫波等设计了根据战时可用度要求确定备件需求量贪婪算法；陈凤腾等针对六种故障率曲线的特性，通过引入非齐次泊松过程来解决航空备件需求预测问题；Kline 等以系统可用度为约束来预测备件需求量，给出了系统可用度-需求量的关系曲线；郭继周、谢君等均采用更新过程理论，利用指数分布和 Weibull 分布，给出了多阶段不可修备件需求模型和地空导弹系统备件需求量预测模型；鲍敬源等采用系统建模和仿真的方法给出了耗损类型器件和可修复类型器件相应的需求模型。由于该种需求预测方法通常对部件的寿命分布有

比较严格的假设, 因此在实际应用过程中受到很多的限制。

3. 基于历史数据的预测方法

该种预测方法主要包括以下几种方法, 拟合分布法、指数平滑法、Croston 法、Bootstrap 法以及它们的各种改进方法。

1) 拟合分布法

拟合分布法是将维修备件的实际需求拟合为伽马分布、正态分布、复合泊松分布或拉普拉斯等特定的分布。赵宇等将实际的航空电子设备的备件需求问题拟合为泊松分布, 给出了五种备件年需求预测的表达式。在利用该方法进行需求预测时, 要精确估计需求分布类型, 如果分布估计错误, 很有可能导致非常严重的误差。此外, 该方法还存在着另外一个缺陷, 就是它利用连续分布来拟合间断性需求, 所以在拟合精度上也有一定的误差。

2) Croston 法

针对维修备件间断需求的特性, Croston 在指数平滑法的基础上提出了预测间断需求的 Croston 法。Croston 将需求间隔与需求量分开, 利用指数平滑法来分别计算需求间隔和需求量: 如果有需求发生, 则更新需求间隔和需求量的估计, 用需求量除以需求间隔得到的平均需求来预测; 如没有需求发生, 则保持原来的预测, 只更新需求间隔。

3) Bootstrap 法

Bootstrap 法最早由 Efron 提出, 该方法通过从需求的历史数据中抽样, 然后产生虚拟数据, 来预测历史数据中出现的需求量, 可以提前预测每一期需求是否发生, 以及每一期需求发生的需求量和概率; 同时, 根据重复多次产生的预测需求样本来预测提前期的需求分布。

4) 指数平滑法

指数平滑法是预测连续需求的重要方法之一, 常用的有一次、二次、三次指数平滑法。该方法的基本原则是以时间来划定数据的重要性, 在时间上, 离所预测事件

越近的数据, 对我们所预测的事件的影响就越大。因此指数平滑法按时间上的远近将数据排序, 越近的数据重要程度越高, 认为数据是呈现非线性递增的, 通过对每一期的需求量进行平滑来预测下一期的需求, 主要用来预测连续需求, 在预测间断需求时的精度不高。

5.4.2 建立灰色马尔可夫组合模型

灰色马尔可夫模型对兼具趋势性和波动性的非平稳随机序列具有很好的拟合效果, 能很好地表达其变化规律, 可综合体现灰色预测和马尔可夫预测的优点, 为非平稳随机需求备件的预测提供了一种新的途径和方法。

1) 状态划分

根据灰色 GM(1, 1) 模型求出其预测值 $\hat{x}^{(0)}(k)$, ($k=1, 2, \dots, n$)。 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 曲线较好地反映了原始数据列的总体变化趋势, 以趋势曲线 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为基准, 划分成与趋势曲线平行的若干条形区域, 每一区域构成了一个状态, 这样就将一个符合马尔可夫链特点的非平稳的随机序列 $x^{(0)}(k)$ 划分为了 n 个状态, 任一状态 $\otimes_i = [\tilde{\otimes}_{1i}, \tilde{\otimes}_{2i}]$, $\tilde{\otimes}_{1i} = \hat{x}^{(0)}(k) + A_i$, $\tilde{\otimes}_{2i} = \hat{x}^{(0)}(k) + B_i$, 由于 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 是 k 的函数, 因而灰元 $\tilde{\otimes}_{1i}, \tilde{\otimes}_{2i}$ 也随序列变化。条形区域的上限 A_i 为 $\max [x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)]$, 条形区域的下限 B_i 为 $\max [\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)]$ 。

2) 计算状态转移概率矩阵

状态转移概率为:

$$P_{ij}(m) = \frac{M_{ij}(m)}{M_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5.16)$$

式中, M_i 为系统处于状态 \otimes_i 的原始数据样本数; $M_{ij}(m)$ 为状态 \otimes_i 经 m 步转移到状态 \otimes_j 的原始数据样本数。在实际应用过程中, 一般只需要计算一步转移概率矩阵 $P(1)$ 即可。

3) 得出预测值

若通过计算得知系统处于 \otimes_k 状态, 则预测值为:

$$\hat{y}(k) = \hat{x}^{(0)}(k) + \frac{A_i + B_i}{2} \tag{5.17}$$

5.4.3 实例分析

以 XX 军械维修所雷达 XX 维修备件的需求量为例，应用灰色马尔可夫组合模型对其需求量进行预测。表 5-11 是 2010—2011 年连续 16 个月维修备件的使用量情况，以时间为横轴，以每月的维修备件的使用量为纵轴，利用灰色马尔可夫模型对未来备件的使用量进行预测。

表 5-11 维修备件的消耗情况表

月 份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
消耗量	22	26	30	16	22	18	24	26	27	22	25	25	32	24	22	22

1) 利用 GM(1, 1)来预测备件的消耗量

令 $X^{(0)} = \{22, 26, 30, 16, 22, 18, 24, 26, 27, 22, 25, 25, 32, 24, 22, 22\}$ $t = 1, 2, 3, \dots, 16$ ，以维修备件的耗用量作为原始数据建立 GM(1, 1)预测模型，利用 MATLAB 软件，可以得到 GM(1, 1)模型的时间响应函数为：

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = 23.42e^{3.347 \times 10^{-3}t} \quad (t = 1, 2, 3, \dots, n)$$

利用时间响应函数可以模拟出 1~16 月备件的消耗量情况，得到备件消耗量的消耗趋势，如表 5-12 所示。

表 5-12 1~16 月备件的实际消耗量和模拟消耗量的情况

月 份	1	2	3	4	5	6
$X^{(0)}$	22	26	30	16	22	18
$\hat{X}^{(0)}$	23.42	23.50	23.58	23.66	23.74	23.82
月 份	7	8	9	10	11	12
$X^{(0)}$	24	26	27	22	25	25
$\hat{X}^{(0)}$	23.90	23.98	24.06	24.14	24.22	24.30
月 份	13	14	15	16		
$X^{(0)}$	32	24	22	22		
$\hat{X}^{(0)}$	24.38	24.46	24.54	24.63		

从表 5-12 可知, 备件的消耗量总的趋势是上升的, 主要是由设备的老化造成的, 这与时间的情况是相符的, 但具体各个月的实际消耗量却是时增时减的, 在每月的消耗量是随机波动的情况下, 仅仅使用 GM(1, 1)模型预测是不合理的, 因此, 考虑用灰色马尔可夫预测模型进行处理。

2) 状态划分

利用 GM(1, 1)模型得到各月份的备件的消耗量的趋势值。用实际值除以趋势值, 即可得到各月份的相对值见表 5-13。

表 5-13 各月份的相对值

月 份	1	2	3	4	5	6
$X^{(0)}/\hat{X}^{(0)}\%$	94	111	127	68	93	76
月 份	7	8	9	10	11	12
$X^{(0)}/\hat{X}^{(0)}\%$	100	108	112	91	103	103
月 份	13	14	15	16		
$X^{(0)}/\hat{X}^{(0)}\%$	131	98	90	89		

依据表 5-13 中趋势值与实际值的关系, 结合的实际情况, 划分状态如表 5-14 所示。

表 5-14 状态划分

状 态	编 号	实际值占趋势值比重
强下降月	1	67%~80%
弱下降月	2	80%~96%
弱上升月	3	96%~114%
强上升月	4	114%~136%

各月的状态也随之确定, 如表 5-15 所示。

表 5-15 各月份状态表

月 份	1	2	3	4	5	6
状 态	2	3	4	1	2	1
月 份	7	8	9	10	11	12
状 态	3	3	3	2	3	3
月 份	13	14	15	16		
状 态	4	3	2	2		

3) 构造转移概率矩阵

根据式 (5.16) 得到各步转移概率矩阵为:

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 0 & 2/7 & 3/7 & 2/7 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \quad P(2) = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/7 & 2/7 & 3/7 & 1/7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P(4) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4) 编制预测表

因为将状态划分为 4 个, 所以, 我们选择离预测月份 (第 17 个月) 最近的 4 个月份来编制预测表, 见表 5-16。

表 5-16 灰色马可尔柯夫预测表

起 始 月	16	15	14	13	合计
起始状态	2	2	3	4	
转移步数	1	2	3	4	
状态 1	1/4	0	0	0	1/4
状态 2	1/4	0	1/2	0	3/4
状态 3	1/2	2/3	1/2	1	8/3
状态 4	0	1/3	0	0	1/3

从由表中的合计栏可以看出, 状态“3”对应的概率“8/3”最大, 所以第 17 个月的备件的消耗量最有可能是处于弱上升状态, 由 GM(1, 1)模型预测 17 个月的趋势值为 24.71, 则由式 (5.17) 得:

$$\hat{y}'(t) = \frac{1}{2} \times (0.96 + 1.14) + 24.71 = 25.95$$

因此, 第 17 个月备件的消耗量灰色马尔可夫预测值应为 25.95 (约为 26 件), 而第 17 个月的实际消耗量为 27 件, 预测结果比较满意。表 5-17 中给出了最近几个月的灰色马尔可夫预测值与 GM(1, 1)预测值的对比结果。

表 5-17 两种预测方法的比较

月 份		11	12	13	14	15	16
实际值		25	25	32	24	22	22
实际状态		3	3	4	3	2	2
GM(1, 1) 预测	预测值	24.22	24.30	24.38	24.46	24.54	24.63
	相对误差(%)	3.1	2.8	23.8	-1.9	-11.5	-12.0
灰色马尔可夫预测	状态	3	3	3	3	2	2
	预测值	25.43	25.52	25.68	25.68	21.60	21.67
	相对误差(%)	-1.7	-2.1	19.7	-7.0	1.8	1.5

由表 5-17 的预测结果对比来看,灰色马尔可夫模型的预测精度较 GM(1, 1)模型的预测精度有很大提高。

灰色马尔可夫组合模型对兼具趋势性和波动性的非平稳随机序列具有很好的拟合效果,能更好地表达其变化规律,可综合体现灰色预测和马尔柯夫预测的优点,是一种准确、实用的方法,为非平稳随机需求备件预测提供了一种新的途径和方法。在实际应用中,预测步数的确定、状态的划分、状态数目的确定等都将对预测结果的准确性产生影响。

5.5 本章小结

本章首先对维修备件库存管理的国内外研究现状进行总结,指出备件管理的重要性,可使维修任务完成得既能保证进度又经济。其次,利用层次分析法对装备维修备件进行了分类,并且利用重要度原理对维修备件的储备定额进行了研究。针对随机波动需求的订货间隔期预测的难点,提出了利用 GERT 随机网络模型进行随机波动需求的订货间隔期预测。最后利用灰色马尔可夫模型对备件的需求量进行了预测。

第6章 基于排队论的装备维修 参数的确定及资源优化



排队论自 Erlang 开创至今已经有 100 多年的历史，取得了许多重要的结果，也在社会的各个领域得到了广泛的应用。经典的排队论已经是非常成熟的理论，主要研究和处理各种连续时间系统，国内外很多学者对经典排队系统进行了扩展，例如，休假排队系统、可修排队系统、不耐烦的顾客排队系统以及有中断的情况，等等。Baba 利用矩阵几何方法对多重工作休假的 GI/M/1 系统进行了研究，Banik、Gupta Pathak 对有限等待场所的 GI/M/1/N 工作休假模型进行了讨论，得到顾客稳态等待时间分布、消失概率及任意时候的队长分布，Wu 和 Takagi 将休假模型扩展到 M/G/1 排队系统，田乃硕和李继红对带有休假中止的 M/M/1 排队系统进行了研究，涂秀丽、田乃硕使用生灭过程的方法分析工作休假的 M/M/1 排队系统，给出了更简单和更直观的稳态指标分布的求法。随着信息技术和计算机科学的发展，离散时间的排队系统开始引起了人们的关注和探索。下面对排队的基本理论和假设条件给予阐述。

6.1 排队论概述

排队论又称为随机服务系统。一般一个随机服务系统由三部分组成：输入过程、排队规则和服务机构。排队论是数理统计的深度发展，也是运筹学的一个重要分支。在日常生活中，人们会遇到各种各样的排队问题，如到图书馆借书，到车站等车，去医院看病，等等。在这些问题中，图书馆的管理员与借阅者、公共汽车与乘客、医生与病人均可归结为顾客与服务窗之间的一种服务关系，构成一个排队系统或服务系统，用图表示如图 6.1 所示。

为一致起见，将要求得到服务的对象统称为“顾客”，将提供服务的服务者称为“服务员”、“服务窗”或“服务机构”。因为顾客的到达情况（如相继到达时间、间隔）与每个顾客接受服务的时间往往是事先无法确切知道的，或者说是随机的排队论所研究的排队系统中，顾客相继到达时间间隔和服务时间这两个量中至少有一个是随机的，因此排队论又称为随机系统理论。

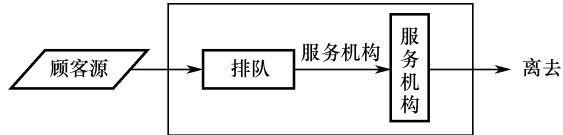


图 6.1 排队系统一般模型图

6.2 排队系统的描述

实际中的排队系统是各种各样的，但从决定排队系统的主要因素看，它主要由三部分组成：输入过程、排队规则和服务机构，下面分别加以说明。

1. 输入过程

输入过程描述顾客来源及顾客是按怎样的规律抵达排队系统。从三个方面来刻画一个输入过程。

(1) 顾客总体（顾客源）数：顾客的来源情况是多种多样的，可以是有限的，也有可能是无限的。例如，工厂内发生故障，待修的机器数是有限的；到达窗口购票的顾客总体可看成是无限的。

(2) 到达方式：顾客到达排队系统的情况也是多种多样的，可能是连续的，也可能是离散的；可能是一个一个的，也可能是成批的或大量的；可以是相互独立的，也可以是相互关联的，等等。例如，工厂发生故障，待修的机器是单个到达；在库存问题中，将进货看成顾客到达，就是成批到达的例子。

(3) 顾客（单个或成批）相继到达时间间隔的分布：顾客相继到达的间隔时间可以是确定型的，也可以是随机型的。如果描述顾客相继到达的间隔时间分布的所有参数（如期望值、方差等）都与时间无关，则称为平稳（Stationery）输入过程，否则称

为非平稳输入过程。一般来说, 平稳输入过程可利用数学模型求解, 而非平稳输入过程难以进行数学处理, 需要利用模拟模型求解。到达时间间隔的分布是刻画输入过程的最重要内容。令 $T_0 = 0$, T_n 表示第 n 个顾客到达的时刻, 则有 $T_0 \leq T_1 \leq \dots \leq T_n \leq \dots$ 记 $X_n = T_n - T_{n-1}$, $n=1, 2, \dots$, 则 X_n 是第 n 个顾客与第 $n-1$ 个顾客到达的时间间隔。一般假定 $\{X_n\}$ 是独立同分布的。

2. 排队规则

排队规则是指服务是否允许排队, 顾客是否愿意排队; 在排队等待的情形下, 服务顺序如何。排队规则分为损失制、等待制与混合制三种类型。

1) 损失制 (Losing System)

顾客到达时, 若所有服务台均被占, 服务机构又不允许顾客等待, 此时顾客就自动离去。如普通市内电话的呼叫属于损失制。

2) 等待制 (Waiting System)

顾客到达时, 若所有服务台被占, 他们就排队等待服务。如登记市外长途电话的呼叫属于等待制。在等待制系统中, 服务顺序又可分为:

(1) 先到先服务 (FCFS), 即顾客按到达的先后顺序接受服务。这是一般的、常见的服务规则。

(2) 后到先服务 (LCFS), 如情报系统总是后到的信息越重要, 要先处理。

(3) 有优先权的服务, 即在排队等待的顾客中, 由于某些类型的顾客具有特殊性, 因而在服务顺序上要给予特别对待, 让他们先得到服务。如旅客列车, 带小孩者或老弱病残者优先乘车、医院对重患者予以优先治疗、重要电话优先接通等。优先权又分为强拆型优先权和非强拆型优先权: 强拆型优先权是指这类顾客到达时, 无论正在接受服务的顾客是否服务完毕, 都必须立即中止服务而转为接受这类顾客并给予服务; 非强拆型优先权是指这类顾客到达时, 必须等待正在接受服务的顾客服务完毕才会得到服务。

(4) 随机服务, 这是指窗口 (如工作人员) 随机选取其中一顾客进行服务, 不管顾客到达的先后顺序。如电话交换台接通呼叫电话的服务就是随机服务。

3) 混合制

损失制与等待制的混合, 分为队长有限的混合制系统, 等待时间有限的混合制系统, 以及逗留时间有限的混合制系统。

3. 服务机构

刻画服务机构的主要方面为:

(1) 服务台的数目, 在有多个服务台的情形下, 是串联还是并联。

(2) 顾客所需服务时间服从的概率分布类型, 每个顾客所需服务时间是否相互独立, 是成批服务还是单个服务等。

6.3 排队论基本理论

6.3.1 泊松过程和负指数分布

1) 泊松过程

定义 1 设 $N(t)$ 表示在时间 $(0, t]$ 内到达的顾客数, $\{N(t), t \geq 0\}$ 是连续时间参数的随机过程, 如果满足下面三个条件, 则称 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是泊松过程。

(1) 在 $[t, t + \Delta t]$ 内多于一个顾客到达的概率为 $o(\Delta t)$ 。

(2) $\{N(t), t \geq 0\}$ 有独立增量, 即对任取的 n 个时刻: $0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_n$, 随机变量 $N(t_1) - N(0), N(t_2) - N(t_1), \cdots, N(t_n) - N(t_{n-1})$ 是相互独立的。

(3) $\{N(t), t \geq 0\}$ 具有平稳增量, 在 $[t, t + \Delta t]$ 内有一个顾客到达的概率为 $\lambda \Delta t + O(\Delta t)$, 且对任意 $t \geq 0$ 与 $s \geq 0$, 有

$$P\{N(t+s) - N(t) = k\} = \frac{(\lambda s)^k}{k!} e^{-\lambda s}, \quad (k=0, 1, 2, \cdots)$$

2) 负指数分布

定义2 对于一个连续型随机变量 X ，如果它的分布密度函数为：

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$ 为常数，则称随机变量 X 服从参数 λ 的负数指数分布，其概率分布函数为：

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

6.3.2 生灭过程

定义设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 为一个随机过程，若 $N(t)$ 的概率分布具有以下性质：

(1) 假设 $N(t) = n$ ，则从时刻 t 起到下一个顾客到达时刻止的时间服从参数为 λ_n 的负指数分布， $n = 0, 1, 2, \dots$

(2) 假设 $N(t) = n$ ，则从时刻 t 起到下一个顾客离去时刻止的时间服从参数为 μ_n 的负指数分布， $n = 0, 1, 2, \dots$

(3) 同一时刻只有一个顾客到达或者离去。

则称 $\{N(t), t \geq 0\}$ 为一个生灭过程。

当系统运行相当长时间而达到平稳状态后，对任一状态 n 来说，单位时间内进入该系统的平均次数和单位时间离开该状态的平均次数应该相等，这就是系统在统计平衡下的动态平衡原理，根据这一原理，可得到任意状态下的动态平衡方程：

$$\begin{cases} \mu_1 P_1 = \lambda_0 P_0 \\ \lambda_n P_n - \mu_{n-1} P_{n+2} = \lambda_{n-1} P_{n-1} - \mu_n P_n \quad (n > 0) \end{cases}$$

由此推得：

$$P_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} P_0, \quad n = 1, 2, \dots$$

又因为

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} P_n = P_0 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} \right)$$

故有

$$P_0 = \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} \right]^{-1}$$

综上所述, 当 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} < \infty$ 时, 生灭过程有平稳分布:

$$\begin{cases} P_0 = \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} \right]^{-1} \\ P_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} P_0, \quad n=1, 2, \cdots \end{cases}$$

6.4 维修系统中排队模型的符号及基本数量指标

1) 排队模型符号

排队论中广泛采用的“Kendall 记号”, 其一般格式为 $X/Y/Z/A/B/C$, 其中 X 表示顾客相继到达的时间间隔的分布; Y 表示服务时间的分布; Z 表示服务台的个数; A 表示系统的容量, 即可容纳的最多顾客数; B 表示顾客源的数目; C 表示服务规则。在排队论中, 一般令 D 为确定型分布; M 表示负指数分布; G 为一般分布; E_k 为 k 阶爱尔兰分布; G_1 为一般独立的分布。

2) 维修系统中求解的基本数量指标

排队系统中的各项基本数量指标反映了该系统的运行状态, 通过对运行系统状态的分析来估计系统的运行效率和服务状况, 从而对系统实行最优控制、最优运营或最优设计。排队系统中有几个基本数量指标: 平均队长、平均排队队长、平均逗留时间、平均等待时间、忙期和闲期等。

(1) L_s : 平均队长, 是指系统内顾客数 (包括正在接受服务的顾客) 的均值。

(2) L_q : 平均等待队长, 是指系统内排队等候的顾客的均值。

- (3) W_s : 平均逗留时间, 指顾客在系统内逗留时间的均值。
- (4) W_q : 平均等待时间, 是指顾客排队等候服务时间的均值。
- (5) B : 忙期, 是指服务台连续繁忙的时间长度。
- (6) I : 闲期, 是指系统连续保持空闲的时间长度。
- (7) $P_{(\text{损})}$: 系统的损失概率, 指系统满员的概率。

3) Little 公式

当一个排队系统达到统计平衡状态以后, 平均队长 L_s 与平均逗留时间 W_s 之间有如下关系式:

$$L_s = \lambda W_s$$

平均排队队长 L_q 与平均等待时间 W_q 具有以下关系式:

$$L_q = \lambda W_q$$

这两个公式在排队系统中通常称为 Little 公式。

排队系统的研究和应用相当广泛, 在商业、银行、交通、信息等领域均需要进行大量仿真模拟。目前, 有很多专用的语言对排队系统进行仿真, 如 WITNESS, FLexsim, MATLAB 等, 通过仿真可以求得经典排队模型的 7 个指标。但是在武器装备维修系统中, 除了经典排队模型的几个指标以外, 我们可能还关心其他指标, 比如, 装备全部故障的期望时间、停留在各个状态的稳态概率、各个状态的停留时间及某些状态重复执行的次数, 等等。为了解决这些问题, 我们在排队维修系统中引入 GERT 随机网络模型来求解和排队维修系统有关的其他参数, 这些参数的求得一方面是对维修排队系统理论的一个补充, 另一方面也为武器装备的维修提供指导性的意见。

6.5 排队维修系统的 GERT 网络模型

6.5.1 系统内装备全部故障期望时间的确定

装备的修理问题是排队问题中一类最典型的问题。我们除了关心上述经典的排队

论所求出的参数以外, 还希望知道在装备维修小组正常工作条件下, 从全部装备均处于正常状态到首次出现机器全部发生故障, 并处于修理或等待修理状态的期望时间。下面以某防空雷达维修所查阅的资料为例, 说明 GERT 网络模型在排队维修系统中的应用。

XX 防空雷达维修小组负责维修的 XX 型号雷达共有 m 台同类雷达, 另有 n 台备用, 以便在出现故障时投入使用。假设每台雷达维修时间和出现故障的间隔时间都服从负指数分布, 则该装备维修随机服务系统符合输入过程为泊松过程, 服务时间为负指数分布的随机服务系统, 系统容量和顾客总体均有限, 且按先到先服务规则的排队规则, 装备维修的过程可以表示为 $(M/M/1): (m+n/m/FCFS)$ 排队系统。

假设令每台雷达的平均故障间隔时间为 $\frac{1}{\lambda}$, 平均修理一台雷达的时间为 $\frac{1}{\mu}$, 即 λ 和 μ 分别表示平均的故障发生速率和平均修理速率。雷达维修小组负责的雷达数为 $m=2$, 备用的雷达数为 $n=1$, 故障发生速率和平均修理速率之比为 $\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1}{2}$, 用处于修理和等待修理中的机器台数表示该排队系统的状态, 用 i 表示, $i=0, 1, 2, 3$ 。

1) 求解状态转移概率

对于状态有限的排队系统, 其系统到达速率与服务速率的关系如表 6-1 所示。

表 6-1 到达速率与服务速率的关系

i	0	1	2	3
λ_i	2	2	1	0
μ_i	0	2	2	2

故系统由状态 i 转移到 $i+1$ 的概率为 $\frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i}$, 而由状态 i 转移到 $i-1$ 的概率为 $\frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}$, 则 $p_{01}=1$; $p_{10}=\frac{1}{2}$; $p_{12}=\frac{1}{2}$; $p_{21}=\frac{2}{3}$; $p_{23}=\frac{1}{3}$; $p_{32}=1$ 。

2) 建立 GERT 网络模型

由于雷达出现故障的间隔时间和维修时间都服从负指数分布, 因此, 各个状态间传递的矩母函数为 $M_{E01}(s)=\left(1-\frac{s}{2}\right)^{-1}$; $M_{E10}(s)=\left(1-\frac{s}{2}\right)^{-1}$; $M_{E12}(s)=\left(1-\frac{s}{2}\right)^{-1}$;

$M_{E21}(s) = \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}$; $M_{E32}(s) = \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}$; $M_{E23}(s) = (1-s)^{-1}$, 建立该系统的 GERT 模型如图 6.2 所示。

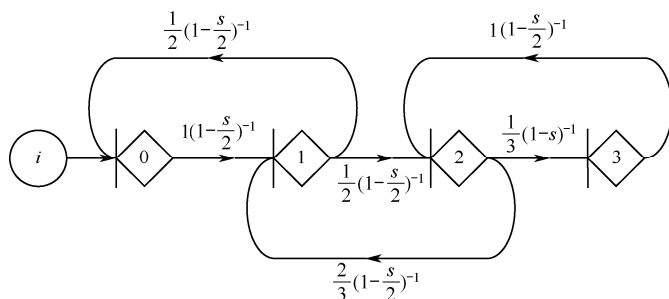


图 6.2 GERT 网络模型图

3) 求发生故障时间及期望时间

求解首次出现雷达全部发生故障, 并处于修理或等待修理状态的期望时间(即首次出现 $i=3$ 的情况的期望时间), 这时可将节点 3 的引出箭头删除, 则求得的网络的源节点(0 状态)传递到终节点(3 状态)的期望时间, 就是雷达全部发生故障并处于修理或等待修理状态的期望时间。将上面的 GERT 网络图 6.2 改为图 6.3。

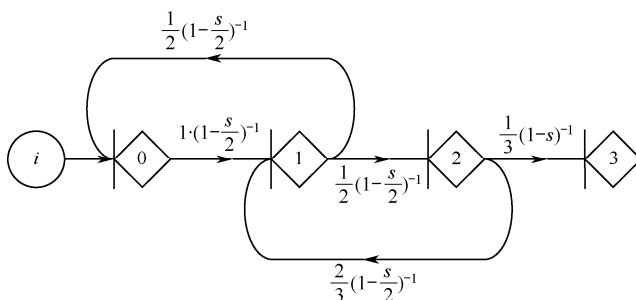


图 6.3 首次出现雷达全部发生故障 GERT 网络模型图

根据梅森拓扑方程, 可以得到传递函数 $W_{E03}(s)$ 为:

$$W_{E03}(s) = \frac{1 \times \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \times \frac{1}{3} (1-s)^{-1}}{1 - 1 \times \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} (1-s)^{-1}}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2}} = \frac{\frac{1}{6} (1-s)^{-1}}{\left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - \frac{5}{6}}$$

因 $W_{E_{03}}(0) = 1$ ，即 $p_{E_{03}} = 1$

$$\text{所以 } M_{E_{03}}(s) = \frac{W_{E_{03}}(s)}{p_{E_{03}}} = W_{E_{03}}(s)$$

$$\text{由 } M_{E_{03}}(s) \text{ 对 } s \text{ 求偏导, 令 } s=0, \text{ 则 } \left. \frac{\partial M_{E_{03}}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = E(t) = 7。$$

这样就得到，雷达由正常运行到首次全部停止运行的期望时间为 7 个单位时间。依据上面的方法，我们不但可以求出首次全部停止运行的期望时间，还可以求出初始状态到任何一个状态的首达期望时间，只要把终节点引出的所有箭头去掉，重新构建 GERT 网络模型就可以进行求解，根据首达期望时间这个参量的求取，就可以在系统发生故障前进行预防性维修，为我军进行预防性维修提供参考，具有一定的实用性。

6.5.2 各状态停留时间和稳态概率的确定

利用经典的排队理论虽然可以确定各个状态的稳态概率，而利用 GERT 网络模型不但可以求出各个状态的稳态概率，还能得到在各个状态上停留的时间。GERT 网络模型中系统某一状态的稳态概率就是，在该状态上停留时间的期望值与系统重返初始状态的期望时间之比。以下沿用 6.5.1 节的实例继续来说明参数的求解过程。

1) 求期望时间

若以状态 0 作为起始状态，为了求解系统重返状态 0 的期望时间，可以将节点 0 分裂为 0 和 0'，并求解由节点 0 至节点 0' 的等价传递函数，构建 GERT 网络模型如图 6.4 所示。

$$W_{E_{00'}}(s) = \frac{\left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \left[1 - \frac{1}{3} (1-s)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}\right]}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \frac{2}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{3} (1-s)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}}$$

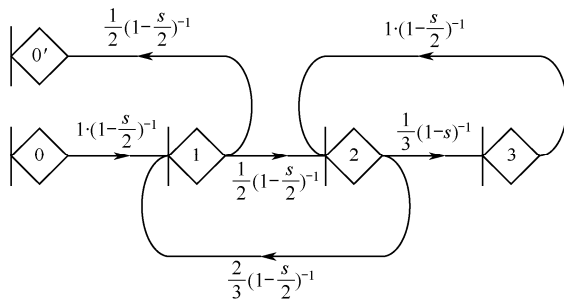


图 6.4 初始状态重返初始状态的 GERT 网络模型图

$$W_{E_{00'}}(0) = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right)}{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}} = 1$$

所以

$$M_{E_{00'}}(s) = \frac{W_{E_{00'}}(s)}{P_{E_{00'}}} = \frac{\frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} (1-s)^{-1} \right]}{\left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} (1-s)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)}$$

对 $M_{E_{00'}}(s)$ 求偏导，得： $E[t] = \frac{\partial}{\partial s} M_{E_{00'}}(s) \Big|_{s=0} = \frac{11}{4}$

因此，求解由初始状态的 0 节点至 0' 节点的期望时间为 11/4。

2) 求各个状态的稳态概率

因为系统某一状态的稳态概率，就是在该状态上停留时间的期望值与系统重返初始状态的期望时间之比，所以我们要先求解各个状态的停留时间。为了求得在任一状态上停留的时间，可保持所关心状态上引出活动的矩母函数不变，而将其余活动的矩母函数都置 1，即除了该节点引出活动的时间不变以外，其余活动的时间都置零。

(1) 求在状态 3 上的停留时间及稳态概率。

建立 GERT 网络模型如图 6.5 所示。

$$\text{传递函数为: } W_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{1 \times \frac{1}{2} \times \left[1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \right]}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}}$$

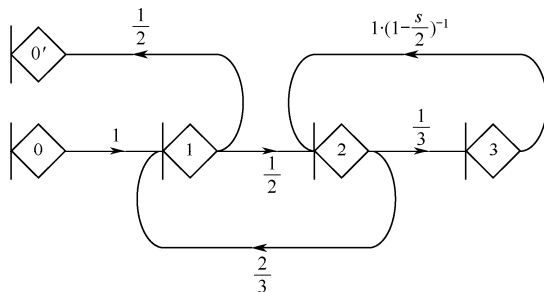


图 6.5 状态 3 上的停留时间 GERT 网络模型图

$$P_{E_{00'}} = W_{E_{00'}}^{(0)}(0) = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right)}{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}} = 1$$

$$\text{矩母函数为: } M_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{W_{E_{00'}}^{(0)}(s)}{W_{E_{00'}}^{(0)}(0)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}}$$

$$\text{求期望值: } E[t^{(0)}] = \frac{\partial}{\partial s} M_{E_{00'}}^{(0)}(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{4}$$

因此在初始状态的 0 节点至 0' 节点传递过程中, 状态 3 上的停留时间为 $\frac{1}{4}$ 个单位时间, 在状态 3 上的稳态概率为 $\frac{1/4}{11/4} = \frac{1}{11}$ 。

(2) 求在状态 2 上的停留时间及稳态概率。

建立 GERT 网络模型如图 6.6 所示。

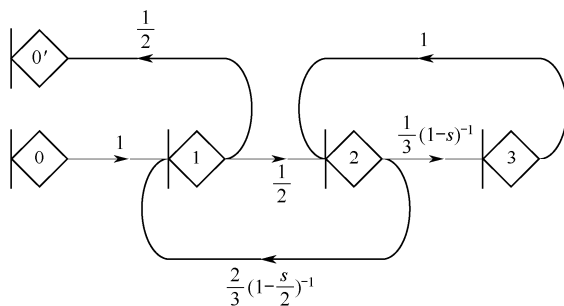


图 6.6 状态 2 上的停留时间 GERT 网络模型图

$$\text{传递函数为: } W_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{1 \times \frac{1}{2} \times \left[1 - \frac{1}{3}(1-s)^{-1} \right]}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \left(1 - \frac{s}{2} \right)^{-1} - \frac{1}{3}(1-s)^{-1}}$$

$$P_{E_{00'}} = W_{E_{00'}}^{(0)}(0) = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right)}{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}} = 1$$

$$\text{矩母函数为: } M_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{W_{E_{00'}}^{(0)}(s)}{W_{E_{00'}}^{(0)}(0)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}(1-s)^{-1}}{1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2} \right)^{-1} - \frac{1}{3}(1-s)^{-1}}$$

$$\text{求期望值: } E[t^{(0)}] = \frac{\partial}{\partial s} M_{E_{00'}}^{(0)}(s) \Big|_{s=0} = 1$$

因此在初始状态的 0 节点至 0' 节点传递过程中, 状态 2 上的停留时间为 1 个单位时间, 在状态 2 上的稳态概率为 $\frac{1}{11/4} = \frac{4}{11}$ 。

(3) 求在状态 1 上的停留时间及稳态概率。

建立 GERT 网络模型如图 6.7 所示。

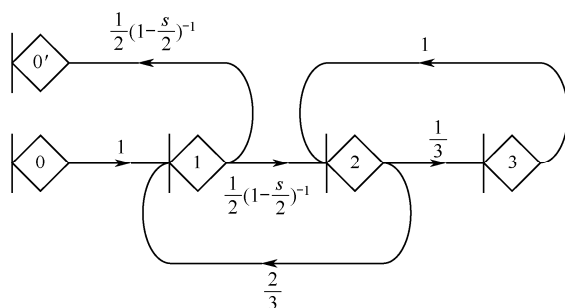


图 6.7 状态 1 上的停留时间 GERT 网络模型图

$$\text{传递函数为: } W_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{1 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2} \right)^{-1} \times \left(1 - \frac{1}{3} \right)}{1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2} \right)^{-1} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{1-s}$$

$$P_{E_{00'}} = W_{E_{00'}}^{(0)}(0) = 1$$

$$\text{矩母函数为: } M_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{W_{E_{00'}}^{(0)}(s)}{W_{E_{00'}}^{(0)}(0)} = \frac{1}{1-s}$$

$$\text{求期望值: } E[t^{(0)}] = \frac{\partial}{\partial s} M_{E_{00'}}^{(0)}(s) \Big|_{s=0} = 1$$

因此在初始状态的 0 节点至 0' 节点传递过程中, 状态 1 上的停留时间为 1 个单位时间, 在状态 1 上的稳态概率为 $1/(11/4) = \frac{4}{11}$ 。

(4) 求在状态 0 上的停留时间及稳态概率。

建立 GERT 网络模型如图 6-8 所示。

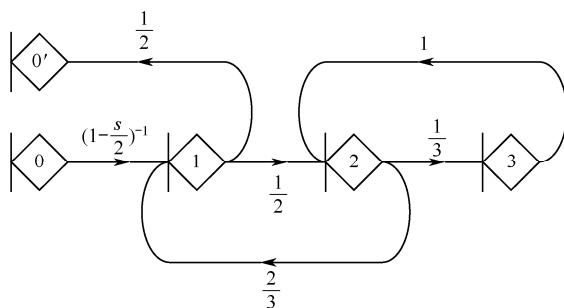


图 6.8 状态 0 上的停留时间 GERT 网络模型图

$$\text{传递函数为: } W_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{1}{3}\right)}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1}$$

$$P_{E_{00}} = W_{E_{00'}}^{(0)}(0) = 1$$

$$\text{矩母函数为: } M_{E_{00'}}^{(0)}(s) = \frac{W_{E_{00'}}^{(0)}(s)}{W_{E_{00'}}^{(0)}(0)} = \frac{1}{1-s/2}$$

$$\text{求期望值: } E[t^{(0)}] = \frac{\partial}{\partial s} M_{E_{00'}}^{(0)}(s) \Big|_{s=0} = 1/2$$

因此在初始状态的 0 节点至 0' 节点传递过程中, 状态 0 上的停留时间为 1/2 个单

位时间，在状态 0 上的稳态概率为 $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{11}{4}} = \frac{2}{11}$ 。

因此，可得系统在状态 0、1、2、3 上的稳态概率分别为 2/11、4/11、4/11、1/11。

6.5.3 系统中某状态重复执行次数的确定

在解决装备维修的许多实际问题中，往往还需要知道在整个 GERT 网络执行期间，网络中某一特定部分的重复执行次数，以便指导维修工作。为了解决这个问题，我们引入了另外一个矩母函数，即网络要素重复执行次数的矩母函数。

1) 定义

根据矩母函数的定义，对任何分布的随机变量 T ，若置 $s = 0$ ，则其矩母函数为 1。若 GERT 网络中各项活动的矩母函数都置 1，则相当于活动的时间参数都被置零。

定义随机变量 T 的另一矩母函数为：

$$M_T(c) = E[e^{cT}], \quad c \text{ 为实数值}$$

当 T 取常数 1 时，即节点每实现一次的时间为一个单位时间，则

$$M_T(c) = e^c$$

在 GERT 网络中，如果我们关心活动 k 被执行的次数，其求解方法的思路如下：

(1) 对活动 k 的矩母函数乘以 e^c ，而其余活动保持原参数不变。这对于原 GERT 网络的时间参数而言并没有任何改变，相当于仅在活动 k 的时间参数上乘以 1。

(2) 按 GERT 网络解析法，求得该网络的等价矩母函数 $M_E(c, s)$ 。

(3) 置等价矩母函数 $M_E(c, s)$ 中 $s=0$ ，可以得到以 c 为实变量的等价矩母函数 $M_E(c)$ ，这相当于将原 GERT 网络中所有活动时间均置零，唯有活动 k 的时间参数保持为 1。

(4) 求出 $E[T] = \left. \frac{\partial M_E(c)}{\partial c} \right|_{c=0}$ ，这就相当于仅有活动 k 的时间为 1，其余活动时间

均为 0 的网络的期望时间，这也就是活动 k 被执行的平均次数。

如果我们所关心的是某个节点重复执行的次数，则在引入该节点的所有活动上都用 e^c 进行“标记”，这是因为每当一个引入活动完成时，该节点就实现一次，因而所有引入活动的完成次数的总和就是该节点的实现次数。继续利用 6.5.1 节的例子来说明系统中某节点的重复执行次数问题。

2) 构建带有 c 标记的 GERT 随机网络模型

如果想知道系统在停工前状态 1 的执行次数，则将引入 1 节点的所有活动都用 e^c 来标记，并将 (3, 2) 活动删除，建立的带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图如图 6.9 所示。

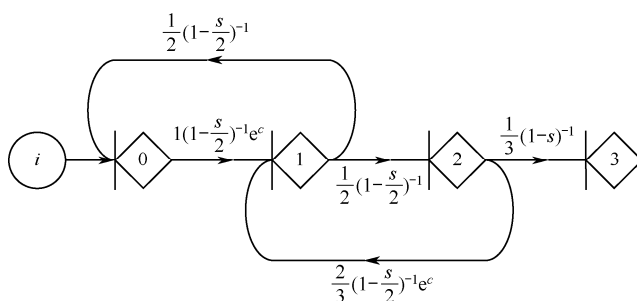


图 6.9 带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图

3) 求解状态 1 的执行次数

$$\text{传递函数为: } W_{0,3}(s, c) = \frac{\frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} (1-s)^{-1} e^c [1-0]}{1 - \frac{1}{2} e^c \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} e^c} = \frac{e^c (1-s)^{-1}}{6 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 3e^c - 2e^c}$$

显然有

$$p_{0,3} = 1$$

则矩母函数为: $M_{0,3}(s, c) = W_{0,3}(s, c)$

$$\text{令 } s = 0, \text{ 则矩母函数为: } M_{0,3}(s, c) \Big|_{s=0} = \frac{e^c}{6 - 5e^c}$$

对 c 求偏导，令 $c = 0$ ，得：

$$\left. \frac{\partial M_{0,3(s,c)}}{\partial c} \right|_{c=0} = 6$$

即系统在完全停工之前，状态 1 重复执行的期望次数为 6 次。

同理，我们可以求得在系统完全停工之前，状态 2 重复执行的期望次数，则将引入 2 节点的所有活动都用 e^c 来标记，并将 (3, 2) 活动删除，建立的带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图如图 6.10 所示。

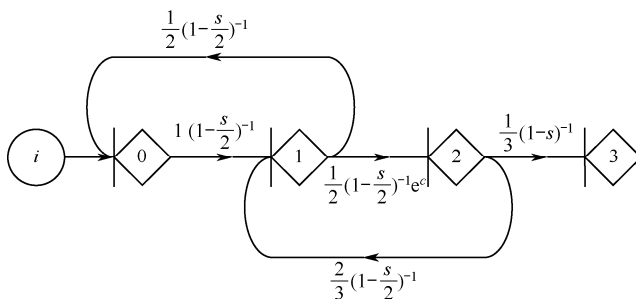


图 6.10 带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图

$$\text{传递函数为: } W_{0,3}(s,c) = \frac{\frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} (1-s)^{-1} e^c [1-0]}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} e^c} = \frac{e^c (1-s)^{-1}}{6 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2e^c}$$

显然有: $p_{0,3} = 1$

则矩母函数为: $M_{0,3(s,c)} = W_{0,3(s,c)}$

令 $s = 0$ ，则上述的矩母函数为: $M_{0,3(s,c)} \big|_{s=0} = \frac{e^c}{3 - 2e^c}$

对 c 求偏导，令 $c = 0$ ，得: $\left. \frac{\partial M_{0,3(s,c)}}{\partial c} \right|_{c=0} = 3$

即系统在完全停工之前，状态 2 重复执行的期望次数为 3 次。

如果想知道系统在停工前，装备发生故障的平均次数，也就是系统进行活动 (0, 1)，(1, 2)，(2, 3) 的次数。因此可在这些活动上都乘以 e^c ，并将活动 (3, 2) 删除，则建立的带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图如图 6.11 所示。

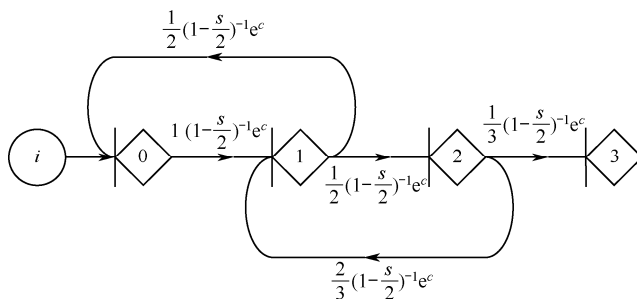


图 6.11 带有 c 标记的 GERT 随机网络模型图

$$\text{传递函数为: } W_{0,3}(s, c) = \frac{\frac{1}{6}e^{3c} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} (1-s)^{-1} [1-0]}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} e^{2c} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} e^{2c}} = \frac{e^{3c} (1-s)^{-1}}{6 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 3e^{2c} - 2e^{2c}}$$

显然有: $p_{0,3} = 1$

则矩母函数为: $M_{0,3}(s, c) = W_{0,3}(s, c)$

令 $s = 0$, 则上述的矩母函数为: $M_{0,3}(s, c) \big|_{s=0} = \frac{e^{3c}}{6 - 5e^{2c}}$

对 c 求偏导, 令 $c = 0$, 得: $\frac{\partial M_{0,3}(s, c)}{\partial c} \big|_{c=0} = 13$

即系统在完全停工之前, 发生故障的期望次数为 13 次。

6.5.4 基于条件矩母函数的系统全部故障的概率及时间的确定

为了求得某项活动执行 j 次时, 系统全部停工的概率, 我们引入了条件矩母函数。在 GERT 网络中, 若用一个为限定的变量 z 乘以网络中某一活动的 W 函数, 则也称对该活动作了 z “标记”。定义 $W(s|j)$ 为当用 z 作过“标记”的活动经过 j 次实现时网络的 W 函数, 或称经过 z “标记”的活动实现 j 次时网络的条件 W 函数。因此, 网络的等价 W 函数 (又称 W 母函数) 可以写成变量 z 的幂函数, 即

$$W(s, z) = W(s|0) + W(s|1)z + W(s|2)z^2 + \cdots + W(s|j)z^j + \cdots = \sum_{j=0}^{\infty} W(s|j)z^j$$

$$\text{显然: } W(s|j) = \frac{1}{j!} \frac{\partial^j W(s, z)}{\partial z^j} \Big|_{z=0}$$

条件 W 函数与条件矩母函数之间的关系可按 W 函数的定义类似地确定, 即

$$W(s|j) = p(j)M(s|j)$$

式中, $p(j) = W(0|j)$

$P(j)$ 的意义是当经过 z “标记” 的活动实现 j 次时网络实现的概率, 而 $M(s|j)$ 的意义是当经过 z “标记” 的活动实现 j 次时, 网络的条件矩母函数为:

$$M(s|j) = \frac{W(s|j)}{W(0|j)}$$

由此即可按类似方法对 $M(s|j)$ 求导, 从而得到条件的数学期望和方差等参数。

继续利用 6.5.1 节的例题, 我们来计算活动 (1, 2) 执行 2 次以后, 整个装备系统全部停工的概率。

为了计算活动 (1, 2) 执行 2 次以后, 整个装备系统全部停工的概率, 我们在活动 (1, 2) 上作 z 标记, 并将活动 (3, 2) 删除, 则建立的带有 z 标记的 GERT 随机网络模型图如图 6.12 所示。

传递函数为:

$$W_{0,3}(s, z) = \frac{\frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} (1-s)^{-1} z [1-0]}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} z} = \frac{z (1-s)^{-1}}{6 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2z}$$

图 6.12 带有 z 标记的 GERT 随机网络模型图

对 z 求两次偏导得:

$$\frac{\partial^2 W_{0.3}(s, z)}{\partial z^2} = -(1-s)^{-1} \left(6\left(1-\frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2z\right)^{-2} + 2(1-s)^{-1} \left(6\left(1-\frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2z\right)^{-2} + 8z(1-s)^{-1} \left(6\left(1-\frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2z\right)^{-3}$$

则条件传递函数为:

$$W(s|2) = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 W_{0.3}(s, z)}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = 2(1-s)^{-1} \left(6\left(1-\frac{s}{2}\right)^2 - 3\right)^{-2}$$

从而得到活动 (1, 2) 执行 2 次以后, 整个装备系统全部停工的概率为 $p(2) = W(0|2) = 2(6-3)^{-2} = \frac{2}{9}$

同时得到条件矩母函数为:

$$M(s|2) = \frac{W(s|2)}{W(0|2)} = 9(1-s)^{-1} \left[6\left(1-\frac{s}{2}\right)^2 - 3\right]^{-2}$$

对矩母函数求偏导, 并令 $s=0$, 则可得活动 (1, 2) 执行两次后, 系统停工的期望时间为:

$$\frac{\partial M(s|2)}{\partial s} \Big|_{s=0} = 5$$

6.5.5 系统不经过某个状态而回到初始状态的期望时间的确定

我们从 W 母函数中可直接导出:

$$W(s|0) = W(s, z) \Big|_{z=0}$$

即将所有 z “标志” 活动删除后网络的 W 函数, 以及

$$W(s, 1) = W(s, z) \Big|_{z=1}$$

即网络中没有进行 z “标记” 的 W 函数 (对活动进行 $z=1$ 的“标记” 等于未作“标记”)。为了确定系统不经过某个状态而回到初始状态的期望时间, 对于不需要经

过的节点, 将所有引入该节点的传递函数进行 z 标记, 这样就可以求得我们需要的期望时间。

继续利用 6.5.1 节的例子, 求系统从 0 状态出发, 不经过 3 状态而返回 0 状态的期望时间。为了解决这个问题, 我们将所有引入 3 状态的活动的传递函数全部进行 z 标记, 得到从 0 状态返回到 0 状态的传递函数, 令 $z=0$, 就可以得到我们需要的期望时间, 建立 GERT 网络模型图如图 6.13 所示。

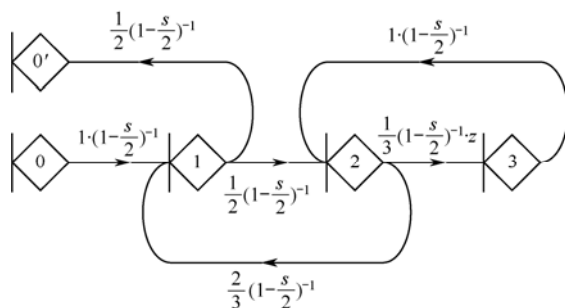


图 6.13 GERT 网络模型图

传递函数为:

$$W_{00'}(s, z) = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} \left[1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} (1-s)^{-1} z\right]}{1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{3} (1-s)^{-1} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-1} z}$$

置 $z=0$ 时, 相当于将网络中到达状态 3 的活动删除, 因此在不出现系统停工的条件下, 从状态 0 到状态 0' 的 W 母函数为:

$$W_{00'}(s, z)|_{z=0} = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2}}{1 - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}}$$

$$W_{00'}(0, 0) = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{4} = p_E$$

$$M_{00'}(s) = \frac{W_{00'}(s, z) \Big|_{z=0}}{W_{00'}(s, z) \Big|_{z=0}^{s=0}} = \frac{2}{3 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 1}$$

求偏导，并令 $s = 0$ ，从而得到无停工状态重返时间的期望为：

$$\frac{\partial M_{00'}(s, 0)}{\partial s} \Big|_{s=0} = \frac{3}{2}$$

6.5.6 系统首达某状态的期望时间的确定

在 GERT 网络的分析中，我们常常需要知道在网络的执行过程中某项活动或某个节点 n 次实现或首次实现的过程时间，以便进一步了解维修系统的特性。在网络执行中首次到达某一节点的过程时间就是该节点首次实现时间，这个过程时间可由与之相应的矩母函数来确定，如果对引入该节点的活动都进行 z 标记，就可以求出由源节点到该节点之间的 W 母函数，而该节点首次实现过程时间的等价 W 函数就是条件 W 函数 $W(s|1)$ 。

$$\text{由 } W(s|1) = \frac{\partial W(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} \text{ 和 } p(1) = W(0|1) = \frac{\partial W(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0, s=0}$$

则该过程的条件矩母函数为：

$$M(s|1) = \frac{\frac{\partial W(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0}}{\frac{\partial W(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0, s=0}}$$

继续利用 6.5.1 节的例子，求解系统停工前，网络开始执行到首次到达状态 2 的期望时间。我们在所有引入 2 节点的活动上面作 z 标记，建立 GERT 网络图如图 6.14 所示。

$$W_{03}(s, z) = \frac{\frac{1}{6} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} (1-s)^{-1} z}{1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{s}{2}\right)^{-2} z} = \frac{(1-s)^{-1} z}{6 \left(1 - \frac{s}{2}\right)^2 - 3 - 2z}$$

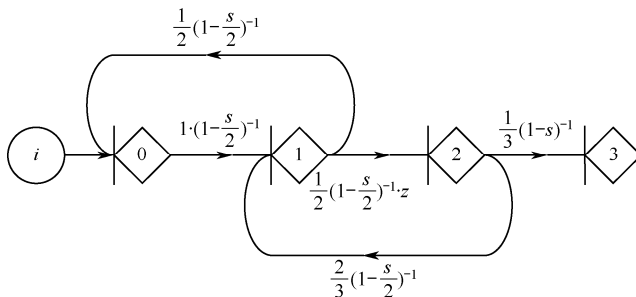


图 6.14 首达某状态 GERT 网络模型图

$$M(s|1) = \frac{\frac{\partial W_{0,3}(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0}}{\frac{\partial W_{0,3}(s, z)}{\partial z} \Big|_{z=0, s=0}} = 3(1-s)^{-1} \left(6 \left(1 - \frac{s}{2} \right)^2 - 3 \right)^{-1}$$

求导，令 $s = 0$ ，得：

$$\frac{dM(s|1)}{ds} \Big|_{s=0} = 1$$

即得到了系统停工前，网络从开始执行首次到达 2 状态的期望时间为 1。

6.6 排队维修系统资源优化

6.6.1 常用的最佳服务率和最优服务台的确定方法

Guarnieri 将维修资源的获取方法分为 A、B 两类，并假设产品故障服从对数正态分布，根据实际数据给出参数的估计方法，解决了维修资源配置和评估问题。美国军方最近又在自动化后勤的基础上提出了未来后勤企业（FLE）的新概念。美国海军将在 21 世纪修订和改进维修需求系统，以满足政府对海军越来越高的要求，降低维修资源所带来的风险。另外，外军一直对装备维修资源优化和保障进行研究，在装备的状态检查到装备维修的最优策略等方面都取得了很多的研究成果。

优化排队系统的根本目的在于用最少的投入获得最大的收益。国内外的诸多学者都对排队系统的优化问题进行了较深入的研究。Kut C. So 提出了根据拥挤指标来优化收银台的数目，Jau-Chuan Ke 用直接搜索算法来优化排队系统，Jongwoo Kim 等人探

讨了 M/G/1 排队模型的最优服务策略, 叶红兵, 单志伟结合维修实际, 构造出合理的人工神经网络模型, 解决了在确定相似比参数过程中的非线性问题, 刘义乐、曹钰等将可视化技术、计算机网络技术、智能决策技术有机地结合, 初步探讨了维修人力资源优化问题, 王恺根据部队修理的实际情况, 运用无差异曲线, 将技术骨干和非技术干的维修人员进行最佳组合, 对维修人员的结构和数量进行了有效调整。在装备维修过程特征方面也有很多学者进行研究, 应用排队理论建立维修人员的需求模型。

解决排队系统优化问题的关键是确定服务率和服务台, 一般从费用的角度来考虑排队系统的优化问题。系统中一般有两种费用: 一种是顾客在系统中逗留单位时间的费用, 另一种是每个服务台单位时间内的费用。通常令总费用为服务机构的服务成本费用与顾客等待损失费用之和, 则当总费用的最小值存在时, 对应的服务台数即为最优服务台数。下面以 M/M/1 和 M/M/s 排队模型为例来具体说明此种方法的应用。

1. M/M/1 模型中的最优服务率 μ

先考虑 M/M/1/ ∞ 模型, 取目标函数 z 为单位时间服务成本与顾客在系统中逗留费用之和的期望值, 即

$$z = c_{\mu} \mu + c_w L$$

其中 c 为当 $\mu=1$ 时单位时间内的服务费用, c_w 为每个顾客在系统中逗留单位时间的费用, 则有:

$$z = c_{\mu} \mu + c_w \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$\text{令 } \frac{dz}{d\mu} = c_s - c_w \lambda \frac{1}{(\mu - \lambda)^2} = 0$$

解出最优服务率为:

$$\mu^* = \lambda + \sqrt{\frac{c_w}{c_s} \lambda}$$

下面考虑 M/M/1/K 模型, 从使服务机构利润最大化角度来考虑。由于在平稳状态下, 单位时间内到达并进入系统的平均顾客数为 $\lambda_e = \lambda(1 - p_k)$, 也等于单位时间内实

际服务完的平均顾客数。设每服务一个顾客服务机构的收入为 G 元, 于是单位时间内收入的期望值是 $\lambda(1-p_k)G$ 元, 故利润为:

$$\begin{aligned} z &= \lambda(1-p_k)G - c_\mu \mu \\ &= \lambda G \frac{1-\rho^K}{1-\rho^{K+1}} - c_\mu \mu \\ &= \lambda_\mu G \frac{\mu^K - \lambda^K}{\mu^{K+1} - \lambda^{K+1}} - c_\mu \mu \end{aligned}$$

令 $\frac{dz}{d\mu} = 0$, 得:

$$\rho^{K+1} \left[\frac{K - (K+1)\rho + \rho^{K+1}}{(1-\rho^{K-1})^2} \right] = \frac{c_s}{G}$$

当给定 K 和 $\frac{c_s}{G}$ 后, 即可得到适于最优利润的 μ^* 。

2. M/M/s 模型中的最优的服务台数

这里仅讨论 M/M/s/∞ 系统, 已知在平稳状态下, 单位时间内总费用 (服务费用与等待费用) 之和的平均值为:

$$z = c'_s s + c_w L$$

式中, s 为服务台数, c'_s 是每个服务台单位时间内的费用, L 是平均队长或平均排队长。由于 c'_s , c_w 是给定的, 故唯一可变的是服务台数 s , 所以可将 z 看成是 s 的函数, 记为 $z = z(s)$, 并求使 $z(s)$ 达到最小的 s^* 。

因为 s 只取整数, $z(s)$ 不是连续函数, 故不能用经典的微分法, 下面采用边际分析方法。根据 $z(s^*)$ 应为最小的特点, 有:

$$z(s^*) \leq z(s^* + 1)$$

得:

$$c'_s s^* + c_w L(s^*) \leq c'_s (s^* - 1) + c_w L(s^* - 1)$$

$$c'_s s^* + c_w L(s^*) \leq c'_s (s^* + 1) + c_w L(s^* + 1)$$

化简后得到:

$$L(s^*) - L(s^* + 1) \leq \frac{c'_s}{c_w} \leq L(s^* - 1) - L(s^*)$$

依次求当 $s=1, 2, 3, \dots$ 时 L 的值, 并计算相邻两个 L 值的差。因 $\frac{c'_s}{c_w}$ 是已知数, 根据其落在哪个与 s 有关的不等式, 即可定出最优的 s^* 。

但是在实际生活当中, 不同顾客的等待损失费用是不一样的, 同一个人在不同时间的等待损失费用也可能是不同的, 因此估计顾客的等待损失费用是很困难的一件事, 有很多学者也在这方面进行了研究, 并取得了一些成果。下面根据部队的武器装备维修的具体情况给出维修资源的优化模型。

6.6.2 装备维修组数量优化模型

1) 模型

假设装备维修随机服务系统的输入过程为泊松过程, 每台装备单位时间内出故障的期望次数为常数 λ , 服务时间服从于参数 μ 的负指数分布。有 c 个维修小组, 各维修小组的工作与否和每台机器是否发生故障是相互独立的。装备的数量为有限的 m 台, 维修完毕后自动离去。因此, 装备维修的过程可以表示为 $(M/M/C/\infty/m)$ 的排队系统。

根据生灭过程的动态平衡方程可以得到:

$$P_0 = \frac{1}{m! \sum_{k=0}^c \frac{1}{k!(m-k)} \left(\frac{c\rho}{m}\right)^k + \frac{c^c}{c!} \sum_{k=c+1}^m \frac{1}{(m-k)!} \left(\frac{\rho}{m}\right)^k}$$

$$\text{式中, } \rho = \frac{m\lambda}{c\mu}$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{m!}{(m-n)!n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0, & (0 \leq n \leq c) \\ \frac{m!}{(m-n)!c!c^{n-c}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0, & (c+1 \leq n \leq m) \end{cases}$$

装备修理排队系统的运行指标如下:

$$L_s = \sum_{n=1}^c nP_n; \quad L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n-c)P_n; \quad \lambda_e = \lambda(m - L_s)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda_e}; \quad W_s = \frac{L_s}{\lambda_e}$$

式中, c ——维修组数量;

L_q ——等待修理的平均装备数量;

L_s ——系统中需维修的平均装备数;

W_q ——每件装备损坏或出现故障后等待维修的时间;

W_s ——每件装备的停机时间;

λ_e ——有效到达率。

2) 装备修理排队系统优化设计

受损装备进入维修机构进行修理, 希望维修的时间越短越好, 因而维修小组越多对维修越有利, 但片面增加维修小组, 会增加战场组织管理和修理机构防卫的难度, 当维修小组过多时又会造成人力资源的浪费。因此, 当平均服务率和平均到达率以及装备数量都确定时, 装备维修排队优化模型可以通过决策人员改变 W_q 来得到维修组需求数量, 也可以通过约束 L_s , 求出相应的维修组数量。但是在战斗中, 一般以平均等待时间来确定维修组数量。

假如在一次进攻战斗中, XX 武器装备数量为 100 台, 维修系统中平均每小时到达维修机构的装备数量为 $\lambda = 6.25$ (台/h), 每个维修小组的平均服务率为 $\mu = 1/4$ (台/h), 要求受损装备平均等待时间不超过 37min, 建立装备维修排队系统模型, 确定出最佳维修组数量 c , 求解结果如表 6-2 所示。

表 6-2 计算结果

λ	μ	c	W_q (min)	W_s (min)	L_q	L_s
6.25	0.25	28	36.58	276	3.8	28.8

由表 6-2 计算结果可知: 在平均等待时间不超过 37 min 的情况下, 最佳维修组数量为 28 组。

6.7 本章小结

本章首先对排队论国内外研究现状进行阐述,对排队论的三大基础理论进行说明,给出经典排队论所求的维修指标,但这些参数在武器装备维修的过程中可能还不充分,除了经典排队模型求出的几个指标以外,我们或许还关心其他指标,比如,装备全部故障的期望时间、各个状态的停留时间,等等。为了解决这些问题,在排队维修系统中引入 GERT 随机网络模型来求解和排队维修系统有关的其他指标,这些指标的求得一方面是对维修排队系统理论的补充,另一方面也为武器装备的维修提供指导性的意见。最后根据武器装备维修的实际情况,对武器装备维修服务小组的设置问题进行了优化。

第7章 本书总结

本书在深入研究预防性维修理论的基础上，结合装备维修工作的实际，紧紧围绕武器装备预防性维修来开展研究，建立了武器装备的故障率预测模型、故障预测模型、故障间隔期预测模型、备件订货间隔期预测模型、备件需求量预测模型，并通过 GERT 网络模型对排队维修模型的参数进行补充，对维修资源进行优化。本书的研究工作总结如下：

(1) 针对以可靠性为基础的故障率预测中参数估计的难点，利用威布尔分布来拟合和估计故障率。针对在“少数据、贫信息”情况下对故障率进行预测的难题，给出了典型的故障率曲线下基于离散 GM(1, 1) 模型的故障率预测方法和非典型故障率曲线下的基于灰色线性回归组合模型的故障率预测方法。从模型的预测结果看，灰色模型只需要 4 组数据就可以对故障率进行中长期预测，能充分发挥灰色系统少数据建模的优势，而且不要求数据有典型的分布规律，其对于备件故障率预测具有一定的实用性。

(2) 典型的预防性维修周期的确定方法要求的条件相对苛刻，不太适宜于基层预防性维修工作的开展，针对这种情况，本书建立了另外两种故障间隔期预测的模型：一种是建立灰色马尔可夫组合模型进行故障间隔期的预测，该模型对兼具趋势性和波动性的非平稳随机序列具有很好的拟合效果，可综合体现灰色预测和马尔可夫预测的优点，能很好地表达其变化规律。另一种是基于有效度原理的灰色线性回归模型的故障间隔期预测模型，该组合模型能够综合线性和指数等多种信息，是处理“小样本”、“贫信息”和“不确定性”问题的有效手段。同时又考虑到这种模型对远期预测的趋弱性，提出利用新陈代谢的思想对其进行改进，使整个预测模型一直处于更新和发展的过程中，结果表明，改进模型在预测精度和自适应性上都有显著提高。这两种方法对于故障预测都具有一定的实用性，对预防性维修有一定的指导意义。

(3) 为了使维修任务完成得既经济又能保证进度，我们利用层次分析法对装备维

修备件进行了分类,分清哪些备件是重点储备,哪些是一般储备等,同时利用重要度原理对维修备件的储备定额进行了研究,为维修备件的订货提供指导性意见。针对随机波动需求的订货间隔期预测的难点,将 GERT 随机网络模型引入存储问题的订货间隔期预测中,恰好能解决随机波动需求的订货间隔期的不确定问题,GERT 网络能对整个存储系统运用相应的解析算法,求出解析表达式,为我们科学地管理仓库,合理安排订货等提供数据支持。另外对备件的需求量预测的问题,也提出了基于灰色马尔可夫模型的维修备件需求预测方法,该模型综合体现了灰色预测和马尔可夫预测的优点,对非平稳随机序列具有很好的拟合效果,为非平稳随机备件需求预测提供了一种新的准确而实用的途径和方法。

(4) 在武器装备维修系统中,除了经典排队模型求出的几个指标以外,或许我们还关心其他指标,比如说装备全部故障的期望时间、各个状态的停留时间,等等。为了解决这些问题,在排队维修系统中引入 GERT 随机网络模型来求解和排队维修系统有关的其他参数,这些参数的求得一方面是对维修排队系统理论的补充,另一方面也为武器装备的维修提供指导性的意见。最后根据武器装备维修的实际情况,对武器装备维修服务小组的设置问题进行了优化。

装备的预防性维修已经成为了部队保障战斗力的一个重要课题,制订精确合理的维修计划,掌握维修的主动权,在充分发挥装备的使用效能,提高战备完好率等方面具有重大意义。预防性维修作为一个大的课题,包含的内容非常丰富,本书运用多种模型对预防性维修的策略进行了研究,对武器装备的预防性维修工作有一定的指导意义,建议后续的工作从以下几个方面开展:

(1) 对故障率和故障间隔期的预测方法需进一步研究,希望能找到更适合基层进行预防性维修的故障率和故障间隔期预测方法,可以考虑利用时间序列分析等模型进行故障率和故障间隔期预测。

(2) 对于预防性维修的备件管理,尤其 GERT 随机网络模型,是一个非常好用的工具,希望以后能利用计算机实现更加复杂的订货间隔期的预测,比如说利用 GERT 的另外一种网络结构, Q—GERT 进行计算机仿真,这样可将复杂的问题简单化。

(3) 对 GERT 随机网络模型进行深入的研究,希望能求得更多的预防性维修参数,对预防性维修提出更多有实际价值的方案和方法。

参 考 文 献

- [1] Shao Yanjun, Ma Chunmao, Pan Hongxia, et al. Study on countermeasures of the maintenance spares storage based on AHP[J]. Advances in Intelligent Systems Research, 2012, 23: 786-789.
- [2] Shao Yanjun, Pan Hongxia, Ma Chunmao, et al. Study and identify on the best reserve quota of maintenance spares[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 275-277: 2697-2700.
- [3] Shao Yanjun, Wang Jianqing, Zhu Xijing, et al. The study of power ultrasonic vibration cutting heat[J]. Advanced Materials and Processes, 2011, 311-313: 297-300.
- [4] 邵延君, 马春茂, 潘宏侠, 等. 基于离散 GM(1, 1)模型的武器装备故障率预测研究[J]. 火炮发射与控制学报, 2013, (2): 107-110.
- [5] 邵延君, 马春茂, 潘宏侠, 等. 装备维修备件存储对策[J]. 兵工自动化, 2013, 32 (5): 16-19.
- [6] 邵延君, 潘宏侠, 马春茂, 等. 基于灰色线性回归组合模型的故障率预测[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(4): 664-776.
- [7] 邵延君, 马春茂, 潘宏侠, 等. 基于灰色马尔可夫模型的装备维修备件需求预测[J]. 火炮发射与控制学报, 2014, 35(1): 79-82.
- [8] 邵延君, 潘宏侠, 马春茂, 等. 基于新陈代谢组合模型的装备故障预测[J]. 振动、测试与诊断, 2015, (2).
- [9] 邵延君, 马春茂, 潘宏侠, 等. 基于 GERT 模型维修备件订货间隔期的预测[J]. 火力与指挥控制, 2015, (4).
- [10] 邵延君, 马春茂, 潘宏侠, 等. 基于排队系统的 GERT 模型的故障装备数量预测[J]. 火力与指挥控制, 2015, (1).
- [11] 马春茂, 邵延君, 潘宏侠, 等. 基于灰色马尔可夫模型的装备故障间隔期预测研究[J]. 兵工学报, 2013, 34(9).
- [12] 王建青, 邵延君. 基于 WITNESS 的排队系统仿真[J]. 机械管理开发 2008, 23 (1) .
- [13] 王建青, 邵延君, 刘永姜. 基于 FLEXTIM 的炼镁生产线仿真与优化[J]. 工业工程, 2009, 12(2).
- [14] 王建青, 邵延君, 祝锡晶. 轴向功率超声振动珩磨的运动学分析[J]. 现代制造工程 2010, (1).
- [15] 王建青, 邵延君, 成全, 等. 超声磁力复合高效光整加工装置 (P) . 中国专利: ZL201310038986.7, 2013-02-016.
- [16] 王建青, 邵延君. 基于 WITNESS 的制造系统优化[J]. 机械制造与自动化, 2008, 34(4).
- [17] 刘永姜, 陈东建, 邵延君, 等. 微量油膜水滴切削加工时刀具磨损的试验研究[J]. 润滑与密封, 2013, 38(12).

-
- [18] 陈东建, 刘永姜, 邵延君, 等. 钛合金车削中的低温油膜水滴冷却润滑技术[J]. 机械设计与制造, 2014, (1).
- [19] 陈学楚主编. 现代维修理论[M]. 北京: 国防工业出版社. 2003.
- [20] 贾希胜著. 以可靠性为中心的维修决策模型[M]. 北京: 国防工业出版社. 2007.
- [21] 甘茂治, 康建设, 高崎. 军用装备维修工程学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 33-36.
- [22] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010, 182-187.
- [23] 徐宗昌. 装备保障性工程与管理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [24] 冯允成, 吕春莲. 随机网络及其应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1987.
- [25] 张小玉, 蔡桂芳. BP 神经网络在某型飞机发动机故障预测中的应用[J]. 机电产品开发与创新, 2008, 21(2).
- [26] 黄景德, 王兴贵, 王祖光. 基于模糊评判的装备故障预测模型研究[J]. 兵工学报, 2001, 22(4).